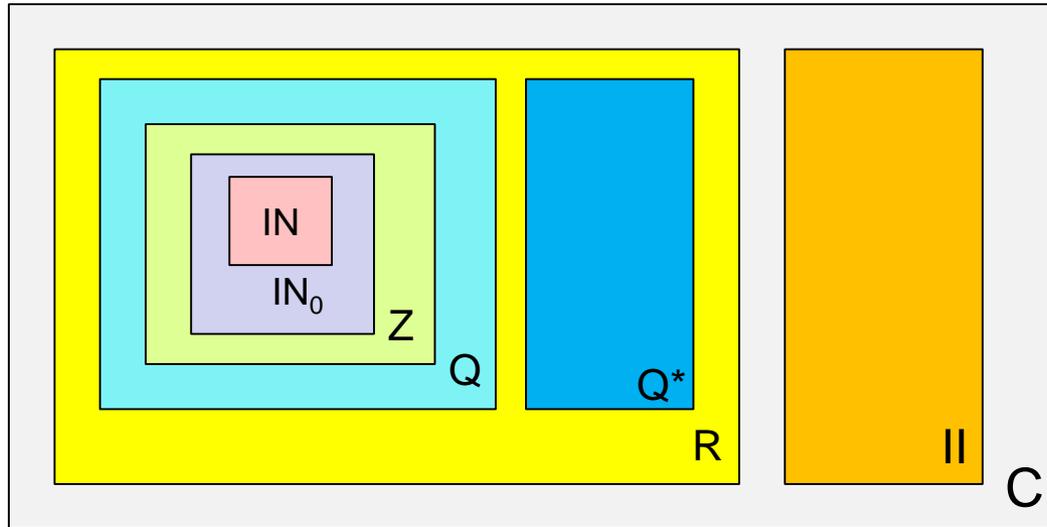


# CLASE EJE NÚMEROS

## 1° MEDIO

1. Conjuntos numéricos
2. Definiciones
3. Orden
4. Transformaciones
5. Propiedades
6. Operatoria

# 1. Conjuntos numéricos



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

# 1. Conjuntos Numéricos

- **Naturales:**  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- **Cardinales:**  $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- **Enteros:**  $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- **Racionales:**  $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \text{ / } a \text{ y } b \text{ son enteros, y } b \text{ es distinto de cero} \right\}$

Todo número entero es racional

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

a: numerador y b: denominador

- **Irracionales:**  $\mathbb{Q}^* = \left\{ \dots \pm \sqrt{3}, \pm \sqrt{2}, \pm \pi, \sqrt{\pi}, \dots \right\}$

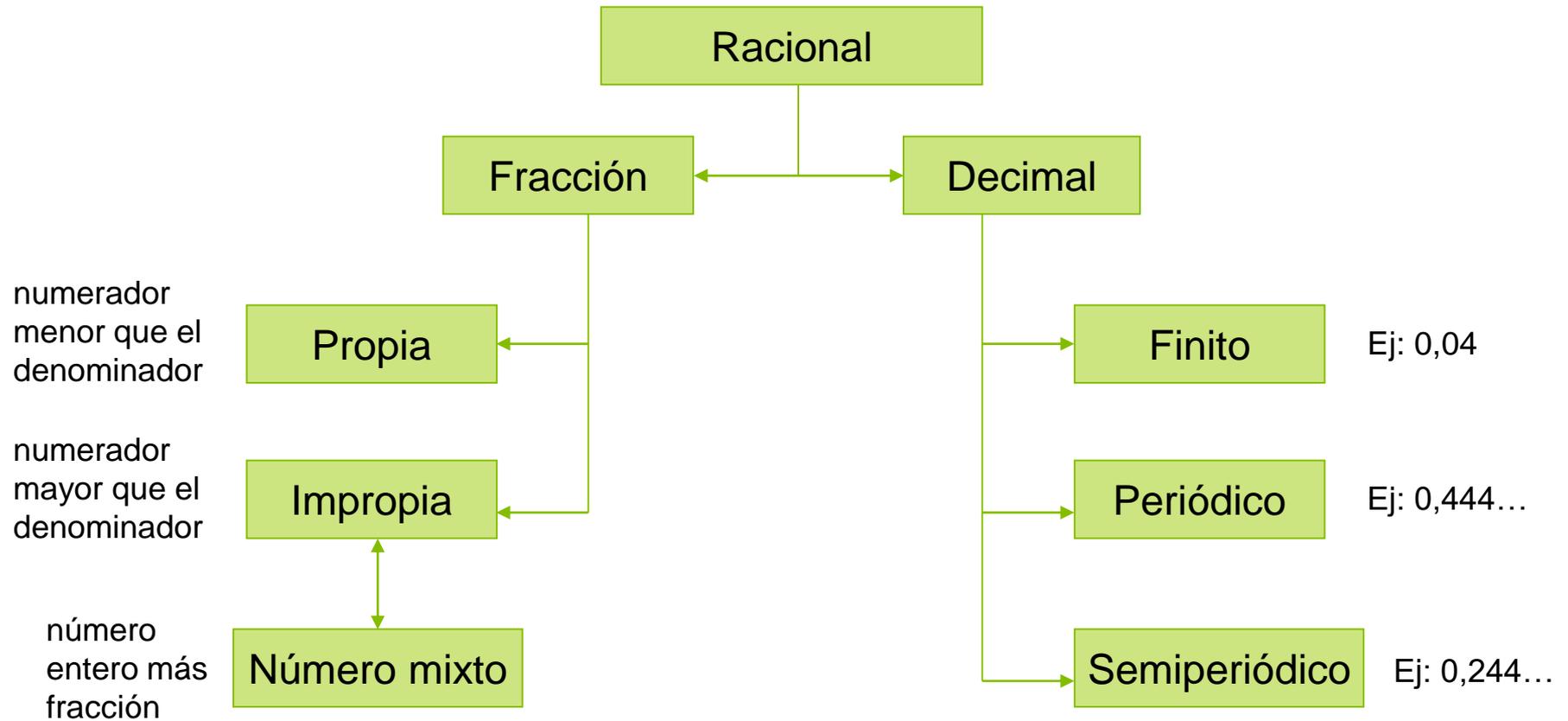
Son aquellos números que **NO** se pueden escribir como una fracción

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}^* = \emptyset$$

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^* = \mathbb{IR}$$

# 1. Conjuntos Numéricos

Los números racionales pueden expresarse como fracciones o como números decimales:



## 2. Definiciones

### Consecutividad numérica

- **Sucesor**

Todo número entero tiene un sucesor, y se obtiene sumando 1 al número, es decir:

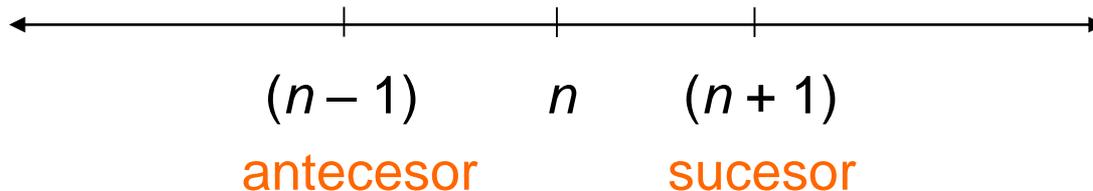
Si  $n$  pertenece a  $\mathbb{Z}$ , su sucesor será  $(n + 1)$ .

- **Antecesor**

Todo número entero tiene un antecesor y se obtiene al restar 1 al número, es decir:

Si  $n$  pertenece a  $\mathbb{Z}$ , su antecesor será  $(n - 1)$ .

Enteros consecutivos



## 2. Definiciones

### Paridad e imparidad

---

- **Números pares**  $\{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}$
- **Números impares**  $\{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$

### Múltiplos

---

Los **múltiplos** de un número natural son aquellos que se obtienen al multiplicarlo por algún otro número natural.

Por ejemplo:

Múltiplos de 4:  $\{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$

Múltiplos de 5:  $\{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$

## 2. Definiciones

### Divisores

---

Los **divisores** de un número natural son aquellos números naturales que lo dividen exactamente (división con resto cero).

Por ejemplo:

Divisores de 24: {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

Divisores de 36: {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}

### Números primos

---

Son aquellos números naturales que solo son divisibles por **1** y por **sí mismos** (solo tienen 2 divisores distintos).

{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...}.

El **1 NO** es primo, pues tiene un solo divisor.

## 2. Definiciones

### Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos o más números naturales, corresponde al menor de los múltiplos que tienen en común.

El m.c.m. entre 3, 6 y 15 se puede obtener a través del siguiente método:

Se divide cada número por números primos hasta que en cada columna quede 1. El producto de ellos corresponde al m.c.m. entre 3, 6 y 15.

3	6	15		3
1	2	5		2
	1	5		5
		1		

$$\text{m.c.m.} = 3 \cdot 2 \cdot 5 = 30$$

## 2. Definiciones

### Máximo común divisor (M.C.D.)

El máximo común divisor de dos o más números, corresponde al mayor de los divisores que tienen en común.

El M.C.D. entre 36, 18 y 24 se puede obtener a través del siguiente método:

Se divide por números primos que sean divisores de cada número, hasta que ya no se pueda dividir a todos en forma simultánea. La multiplicación de estos primos es el M.C.D.

36	18	24		2
18	9	12		3
6	3	4		

$$\text{M.C.D.} = 2 \cdot 3 = 6$$

# 3. Orden

## Comparación de fracciones

### Igualar denominadores

Se amplifican las fracciones hasta igualar denominadores. Luego se comparan los numeradores.

#### Ejemplo:

$$\text{Al comparar } \frac{13}{15} \text{ y } \frac{7}{12}$$

$$\frac{13 \cdot 4}{15 \cdot 4} \text{ y } \frac{7 \cdot 5}{12 \cdot 5}$$

$$\frac{52}{60} \text{ y } \frac{35}{60}$$

$$\text{Como } 52 > 35, \frac{13}{15} > \frac{7}{12}$$

### Multiplicación cruzada

Se multiplican cruzados numeradores y denominadores, y luego se comparan estos productos.

#### Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Al comparar } \frac{13}{15} \text{ y } \frac{7}{12} \\ 13 \cdot 12 \text{ y } 15 \cdot 7 \\ 156 \text{ y } 105 \end{aligned}$$

$$\text{Como } 156 > 105, \frac{13}{15} > \frac{7}{12}$$

## 4. Transformaciones

- **De número mixto a fracción impropia**

Se debe multiplicar el número entero por el denominador, luego a este producto se le suma el numerador. Este resultado pasa a ser el nuevo numerador y el denominador se mantiene.

**Ejemplo:**

$$8 \frac{3}{5} = \frac{8 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{43}{5}$$

- **De fracción a decimal**

Se debe dividir el numerador por el denominador.

**Ejemplo:**

$$\frac{7}{4} = 1,75$$

## 4. Transformaciones

### • De decimal finito a fracción

El numerador, de la nueva fracción, corresponde al decimal pero sin coma. El denominador es una potencia de 10 con tantos ceros como decimales tuviera el racional a transformar.

**Ejemplo:** 
$$1,75 = \frac{175}{100} = \frac{25 \cdot 7}{25 \cdot 4} = \frac{7}{4}$$

### • De decimal periódico a fracción

1. El numerador de la fracción es la diferencia entre el número decimal completo, sin la coma, y la parte entera.
2. El denominador está formado por tantos nueves (9), como cifras tenga el período.

**Ejemplos:** 
$$2,\overline{35} = \frac{235 - 2}{99} = \frac{233}{99}$$

Se llama **período** al conjunto de dígitos que se repite indefinidamente.

## 4. Transformaciones

### • De decimal semiperiódico a fracción

1. El numerador de la fracción corresponde a la diferencia entre el número decimal completo, sin la coma; y la parte entera incluyendo las cifras del anteperíodo.
2. El denominador queda formado por tantos nueves (9), como cifras tenga el período, y tantos ceros (0), como cifras tenga el anteperíodo.

### Ejemplo:

$$3,\overline{214} = \frac{3.214 - 32}{990} = \frac{3.182}{990}$$

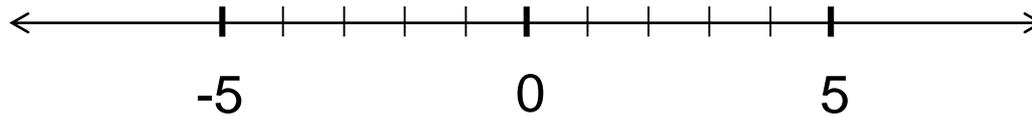
Se llama **anteperíodo** a los números que hay entre la coma decimal y el período.

# 5. Propiedades

## Valor absoluto

El valor absoluto de un número representa la distancia del número al cero en la recta numérica.

Por ejemplo, la distancia del 5 al origen es cinco unidades, igual que la distancia del  $(-5)$  al origen. La notación es:  $|5| = 5$  y  $|-5| = 5$



5 unidades    5 unidades

**Ejemplo:**

$$|-20| = 20$$

$$|34| = 34$$

$$|-12| = 12$$

# 6. Operatoria en Z

## 6.1 Reglas para operar en Z

---

Al realizar adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones en los enteros debemos considerar algunas reglas para poder operar correctamente:

a) Al sumar dos enteros de igual signo, se suman los módulos de los números y se mantiene el signo.

Ejemplos:

$$25 + 8 = + 33$$
$$- 5 + - 9 = - 14$$

b) Al sumar dos enteros de distinto signo, se calcula la diferencia entre los módulos de los números y se mantiene el signo del número que tiene módulo mayor.

Ejemplos:

$$- 10 + 7 = - 3$$
$$75 + - 9 = + 66$$

# 6. Operatoria en Z

## 6.1 Reglas para operar en Z

c) Al restar dos enteros, se debe sumar al minuendo el inverso aditivo del sustraendo.

$$a - b = a + - b$$

Ejemplo:

$$5 - 9 = 5 + - 9 = - 4$$

$$a - (- b) = a + b$$

Ejemplo:

$$12 - (- 8) = 12 + 8 = 20$$

d) Al multiplicar o dividir dos enteros de igual signo, se multiplican (dividen) los módulos y el resultado es positivo.

Ejemplos:

$$- 42 \cdot - 8 = + 336$$

$$- 28 : - 7 = + 4$$

# 6. Operatoria en Z

## 6.1 Reglas para operar en Z

---

e) Al multiplicar o dividir dos enteros de distinto signo, se multiplican (dividen) los módulos y el resultado es negativo.

Ejemplos:

$$37 \cdot - 5 = - 185$$

$$125 : - 5 = - 25$$

# 6. Operatoria en Z

## 2.2 Prioridad de las operaciones

---

Para los ejercicios combinados, existe un orden que debemos respetar al realizar las operaciones, para obtener el resultado correcto. Este orden es:

1° Paréntesis

2° Potencias

3° Multiplicación y/o división (de izquierda a derecha)

4° Adiciones y sustracciones

Ejemplo:

$$\begin{aligned} -5 + 15 : 3 - 3 &= -5 + 5 - 3 \\ &= 0 - 3 \\ &= -3 \end{aligned}$$

# 6. Operatoria en Q

## 6.1 Amplificación y simplificación

- **Amplificación**

Amplificar una fracción significa multiplicar, tanto el numerador como el denominador, por un mismo número.

Ejemplo:

Al amplificar la fracción  $\frac{2}{3}$  por 6 resulta:

$$\frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{12}{18}$$

Al amplificar una fracción formamos una **fracción equivalente** a la original, es decir, representa la misma cantidad.

# 6. Operatoria en Q

## 6.1 Amplificación y simplificación

### • Simplificación

Simplificar una fracción significa dividir, tanto el numerador como el denominador, por un mismo número. Las fracciones que no se pueden simplificar se llaman **fracciones irreducibles**.

Ejemplo:

Al simplificar la fracción  $\frac{27}{45}$  por 3 resulta:

$$\frac{27 : 3}{45 : 3} = \frac{9}{15}$$

Al simplificar una fracción formamos una **fracción equivalente** a la original, es decir, representa la misma cantidad.

# 6. Operatoria en Q



## 6.2 Operaciones en Q

---

### • Adición y sustracción

Existen distintas maneras de sumar y/o restar fracciones. Las ejemplificaremos:

1. Si los denominadores son iguales:

$$\frac{4}{15} + \frac{7}{15} = \frac{11}{15} \quad \text{y} \quad \frac{4}{15} - \frac{7}{15} = \frac{-3}{15}$$

2. Si uno de los denominadores es múltiplo del otro:

$$\frac{2}{15} + \frac{7}{45} = \frac{2 \cdot 3 + 7 \cdot 1}{45} = \frac{6 + 7}{45} = \frac{13}{45}$$

# 6. Operatoria en Q



## 6.2 Operaciones en Q

### • Adición y sustracción

Existen distintas maneras de sumar y/o restar fracciones. Las ejemplificaremos:

3. Si los denominadores son primos entre si:

$$\frac{4}{5} + \frac{7}{8} = \frac{4 \cdot 8 + 5 \cdot 7}{40} = \frac{32 + 35}{40} = \frac{67}{40}$$

4. Aplicando mínimo común múltiplo (m.c.m.):

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{18} = \frac{5 \cdot 3 + 7 \cdot 2}{36} = \frac{15 + 14}{36} = \frac{29}{36}$$

En este conjunto, para la adición se cumplen las mismas propiedades que en Z.

# 6. Operatoria en Q



## 6.2 Operaciones en Q

### • Multiplicación

Se multiplican numeradores y denominadores entre sí. Los productos pasan a ser el nuevo numerador y el nuevo denominador.

Ejemplo:

$$\frac{-4}{5} \cdot \frac{7}{8} = \frac{-28}{40} = -\frac{28}{40}$$

### Propiedades

Para la multiplicación se cumplen las mismas propiedades que en Z, solo se agrega la siguiente:

**Elemento inverso multiplicativo o recíproco:** Todo número racional, distinto de cero, posee un elemento recíproco, que cumpla

$$a \cdot a^{-1} = 1 = a^{-1} \cdot a$$

Ejemplo:

El inverso multiplicativo o recíproco de  $\frac{2}{9}$  es  $\frac{9}{2}$

# 3. Operatoria en Q



## 6.2 Operaciones en Q

- **División**

Se multiplica el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor.

Ejemplo:

$$\frac{-4}{5} : \frac{7}{8} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{8}{7} = \frac{-32}{35} = -\frac{32}{35}$$

Antes de multiplicar las fracciones conviene simplificar lo más posible.

# CLASE EJE NÚMEROS

## 1° MEDIO