



## LOGARITMOS

### Definición:

Un logaritmo corresponde al exponente al cual se debe elevar una base para obtener el valor indicado en el argumento.

$$\begin{array}{c} \text{Argumento} \\ \uparrow \\ \log_b a = n \Leftrightarrow b^n = a \\ \downarrow \\ \text{Base} \end{array}$$

**a** y **b** deben ser números reales positivos. Además, **b** debe ser distinto de 1.

“**n** es logaritmo de **a** en base **b**”, con  $a > 0$ ,  $b > 0$  y  $b \neq 1$ .

**Ejemplos:**

$$\begin{aligned} \log_2(8) &= 3 \Leftrightarrow 2^3 = 8 \\ \log_3(5) &= m \Leftrightarrow 3^m = 5 \\ \log_4(64) &= 3 \Leftrightarrow 4^3 = 64 \\ \log_{10}(0,1) &= -1 \Leftrightarrow 10^{-1} = 0,1 \end{aligned}$$

### Logaritmo decimal

Si en un logaritmo no aparece indicada la base, entonces es un logaritmo decimal, es decir, su base es 10.

$$\log_{10}(a) = \log(a)$$

$$\log(a) = n \Leftrightarrow 10^n = a$$



**Ejemplos:**  $\log_{10}(100) = \log(10^2) = 2$

$$\log_{10}(1.000) = \log(10^3) = 3$$

$$\log_{10}(0,001) = \log(10^{-3}) = -3$$

## Propiedades

**a) Logaritmo de la base:**  $\log_a(a) = 1 \Leftrightarrow a^1 = a$

**Ejemplo:**

$$\log_8(8) = 1 \Leftrightarrow 8^1 = 8$$

**b) Logaritmo de la unidad:**  $\log_a(1) = 0 \Leftrightarrow a^0 = 1$

**Ejemplo:**

$$\log_9(1) = 0 \Leftrightarrow 9^0 = 1$$

**c) Logaritmo del producto:**  $\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$

**Ejemplo:**

$$\log_8(2) + \log_8(4) = \log_8(2 \cdot 4) = \log_8(8) = 1$$

**d) Logaritmo del cociente:**  $\log_a(b : c) = \log_a(b) - \log_a(c)$

**Ejemplo:**

$$\log_3(21) - \log_3(7) = \log_3(21 : 7) = \log_3(3) = 1$$



e) Logaritmo de una potencia:  $\log_a (b)^n = n \cdot \log_a (b)$

**Ejemplo:**

Si  $\log_2 (3) = m$ , entonces:

$$\log_2 (81) = \log_2 (3)^4 = 4 \cdot \log_2 (3) = 4m$$

f) Logaritmo de una raíz:  $\log_a \sqrt[n]{b^m} = \frac{m}{n} \cdot \log_a (b)$

**Ejemplo:**

$$\log_7 \sqrt[3]{2} = \frac{1}{3} \cdot \log_7 (2)$$

g) Cambio de base:  $\log_a (b) = \frac{\log_c (b)}{\log_c (a)}$

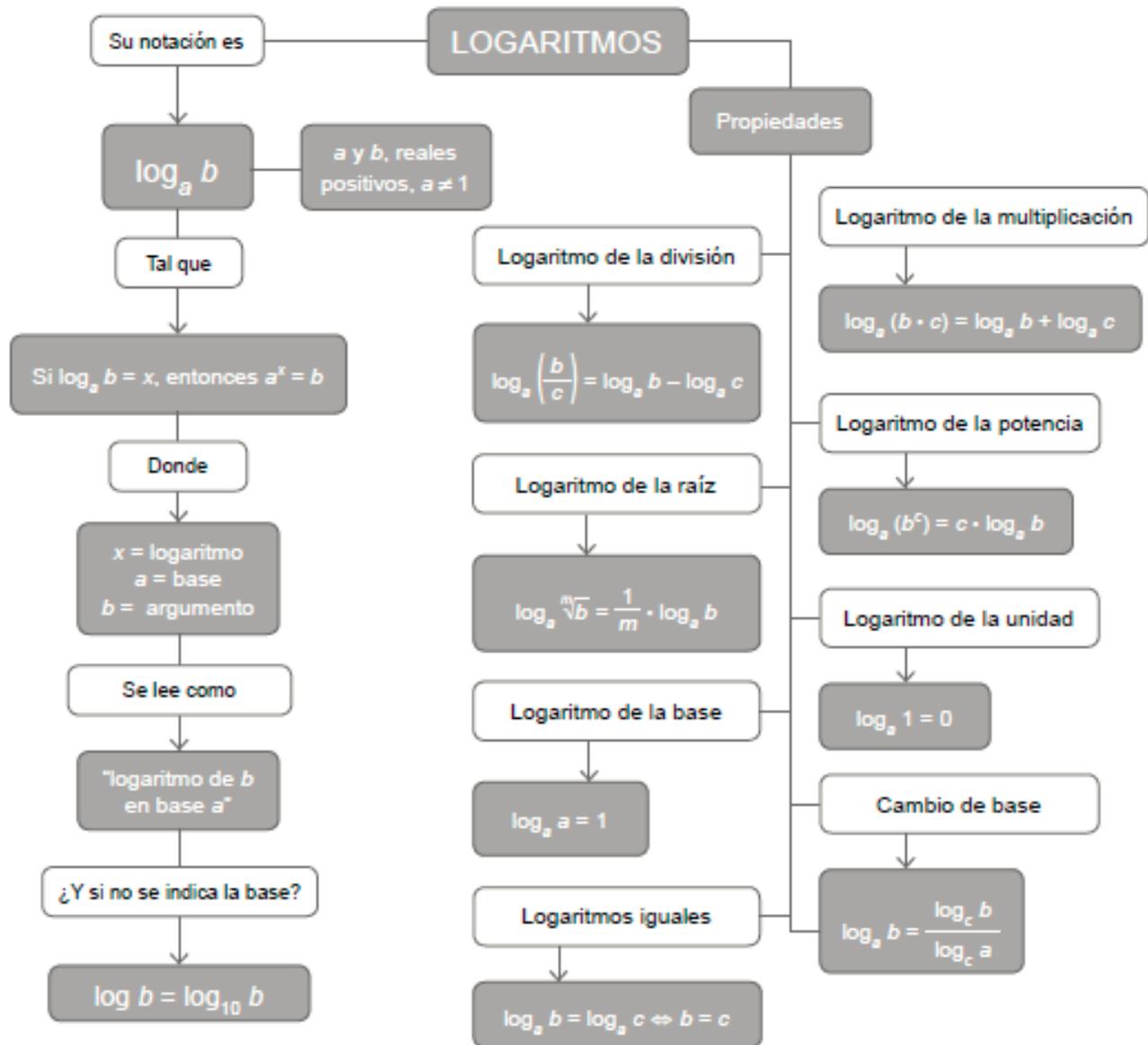
**Ejemplo:**

$$\log_{27} 9 = \frac{\log_3 9}{\log_3 27} = \frac{2}{3}$$

#### Errores frecuentes

$$\log_a (b) \cdot \log_a (c) \neq \log_a (b) + \log_a (c)$$

$$\frac{\log_c (b)}{\log_c (a)} \neq \log_c (b) - \log_c (a)$$





**Ejercicios**

1. Sea  $p = \log_m 2$ . Si  $m = \frac{1}{8}$ , entonces  $p$  es igual a
  - A)  $-3$
  - B)  $\frac{-1}{3}$
  - C)  $\frac{1}{4}$
  - D)  $\frac{1}{3}$
  - E)  $3$
  
2. El valor numérico de la expresión  $\frac{\log_5 5 + \log_2 32}{\log_3 \left(\frac{1}{9}\right)}$  es
  - A)  $-3$
  - B)  $8,5$
  - C)  $12$
  - D)  $51$
  - E) ninguno de los valores anteriores.
  
3.  $\log (15 \cdot 10^7) - \log (5 \cdot 10^4) =$ 
  - A)  $3 + \log 3$
  - B)  $3 + \log 6$
  - C)  $10 + \log 3$
  - D)  $11 + \log 3$
  - E)  $4$
  
4. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones pertenece(n) al conjunto de los números reales negativos?
  - I)  $\log_{\left(\frac{1}{3}\right)} \frac{1}{9}$
  - II)  $\log_4 2$
  - III)  $\log_{\left(\frac{1}{2}\right)} 8$
  - A) Solo III
  - B) Solo I y II
  - C) Solo I y III
  - D) Solo II y III
  - E) Ninguna de ellas.