

Taller 4 Módulo 2
Geometría III° medio

IV° Año Medio

Objetivos a evaluar:

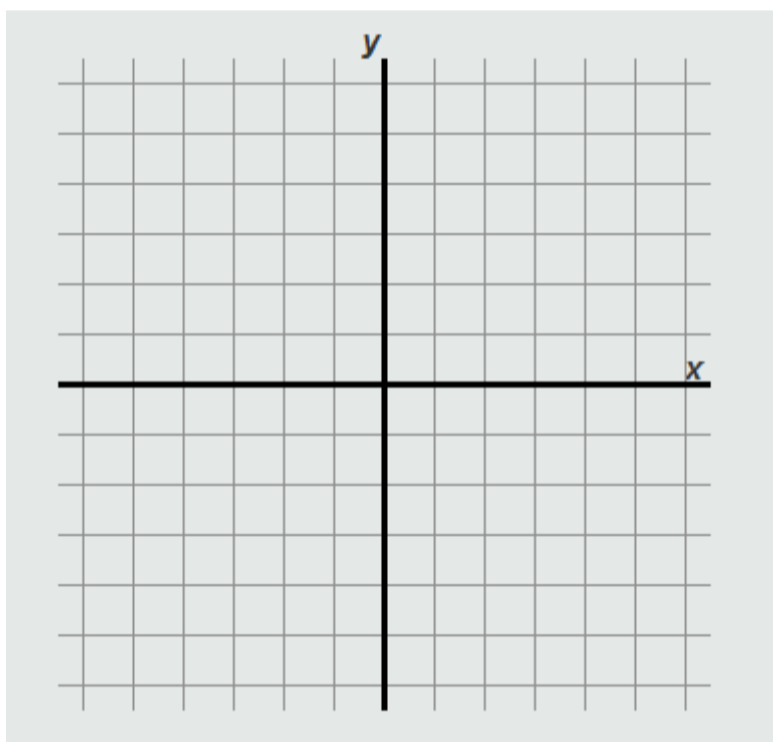
- **AE 13:** Relacionar sistemas 2x2 de ecuaciones lineales con pares de rectas en el plano cartesiano para representar soluciones gráficas.
- **AE 14:** Resolver problemas de sistemas 2x2 de ecuaciones lineales e interpretar la solución en función del contexto cotidiano.

Tiempo estimado: 90 minutos

Inicio

Grafica las siguientes rectas en el plano cartesiano:

$$x + y = 10 \quad ; \quad x - y = 4$$



¿Cómo son sus pendientes?

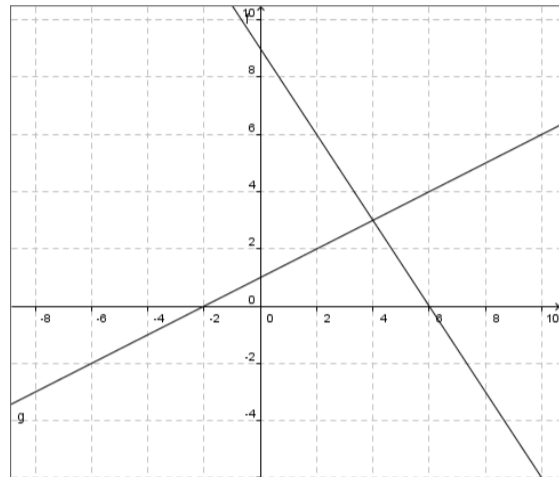
¿Qué tienen en común?

Desarrollo

Sistema de ecuaciones con dos incógnitas lineales

- Un sistema de ecuaciones con dos incógnitas lineales se representa en el plano cartesiano como dos rectas.
- La solución del sistema, cuando existe y es única, es el punto de intersección de ambas rectas.

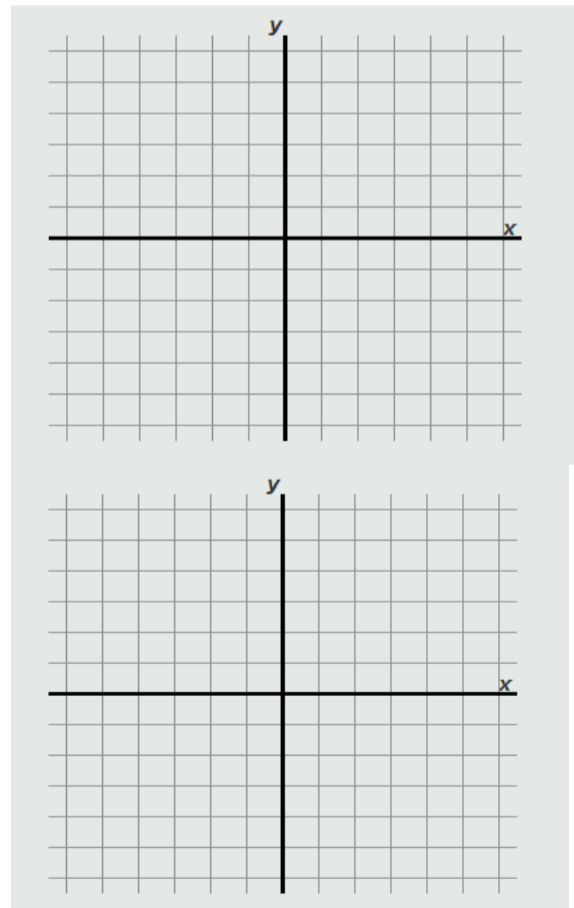
$$\begin{cases} 3x + 2y = 18 \\ -x + 2y = 2 \end{cases}$$



Actividad 1: Resuelve los siguientes sistemas en forma gráfica.

$$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 5x - y = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases}$$



Tipos de soluciones en sistemas de ecuaciones

- El sistema de ecuaciones puede tener solución única (Compatible), pero también podemos encontrar distintas soluciones las cuales corresponden a:

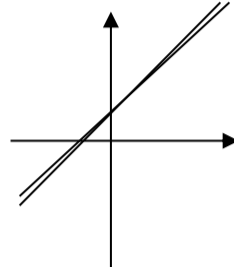
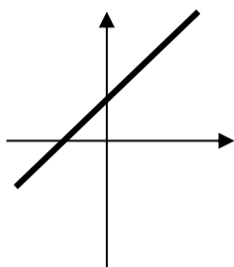
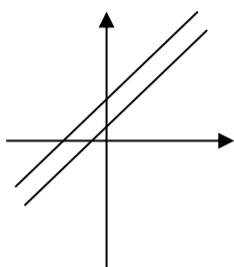
No hay solución

Infinidad de soluciones

Sistema mal condicionado

Incompatible

Compatible indeterminado



Métodos sistemas de ecuaciones

- Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de dos ecuaciones con dos incógnitas que conforman un problema matemático que consiste en encontrar los valores de las incógnitas que satisfacen dichas operaciones. Para resolverlo tenemos distintos métodos:

<p style="text-align: center;"><u>Método de sustitución</u></p> <ol style="list-style-type: none"> Despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones. Sustituir la expresión obtenida en la otra ecuación. Resolver la ecuación resultante. Calcular la otra incógnita en la ecuación despejada. 	<p style="text-align: center;"><u>Método de reducción</u></p> <ol style="list-style-type: none"> Se igualan los coeficientes de una incógnita, salvo el signo, eligiendo un múltiplo común de ambos. Puede ser el producto de los coeficientes de esa incógnita. Se suman o restan, según convenga, las ecuaciones. Se resuelve la ecuación de primer grado resultante. Se calcula la otra incógnita sustituyendo el valor obtenido en una de las ecuaciones del sistema.
<p style="text-align: center;"><u>Método de igualación</u></p> <ol style="list-style-type: none"> Se despeja una de las incógnitas en ambas ecuaciones. Se igualan las expresiones, con lo que obtenemos una ecuación con una incógnita. Se resuelve la ecuación resultante. El valor obtenido se sustituye en cualquiera de las dos expresiones en las que aparecía despejada la otra incógnita. Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema. 	<p style="text-align: center;"><u>Método de Cramer</u></p> <ol style="list-style-type: none"> Se obtienen los determinantes de las matrices de los coeficientes de X, Y y términos independiente Luego se dividen cada uno de los discriminante de X e Y por el valor del discriminante del término independiente.

■ Ejemplos de métodos:

<p>■ MÉTODO DE REDUCCIÓN</p> <p>Ejemplo</p> $\begin{cases} x+2y=8 \\ 3x-4y=-6 \end{cases} \xrightarrow{\text{por } (-3)} \begin{cases} -3x-6y=-24 \\ 3x-4y=-6 \end{cases}$ $+ \quad \begin{array}{r} \cancel{-3x-6y} \\ -24 \\ -6 \\ \hline -30 \end{array} \rightarrow y=3$ $x+2 \cdot 3=8 \rightarrow x=2$	<p>■ MÉTODO DE IGUALACIÓN</p> <p>Ejemplo</p> $\begin{cases} x+2y=8 \\ 3x-4y=-6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=8-2y \\ x=\frac{-6+4y}{3} \end{cases} \rightarrow 8-2y=\frac{-6+4y}{3}$ $y=3$ $x=8-2 \cdot 3$ $x=2$
<p>■ MÉTODO DE SUSTITUCIÓN</p> <p>Ejemplo:</p> $\begin{cases} 1) 2x+3y=7 \\ 2) x-4y=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+3y=7 \\ 2(-2+4y)+3y=7 \end{cases}$ <p>2) $x-4y=-2$ $x=-2+4y$</p> $2(-2+4y)+3y=7$ $-4+8y+3y=7$ $11y=7+4$ $11y=11$ $y=1$ <p>Como $x=-2+4y \rightarrow x=-2+4 \cdot (1)$ $\Rightarrow x=2$</p>	<p>■ MÉTODO DE CRAMER</p> <p>Ejemplo :</p> $\begin{cases} 3x-4y=5 \\ 2x+5y=11 \end{cases} \quad \Delta_p = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 5 - 2 \cdot (-4) = 15 + 8 = 23$ $\Delta_x = \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 11 & 5 \end{vmatrix} = 25 + 44 = 69 \rightarrow x = \frac{\Delta_x}{\Delta_p} = \frac{69}{23} = 3$ $\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 11 \end{vmatrix} = 33 - 10 = 23 \rightarrow y = \frac{\Delta_y}{\Delta_p} = \frac{23}{23} = 1$ <p style="text-align: right;">} P(3,1)</p>

Actividad 2: Resuelve los siguientes sistemas por alguno de los métodos anteriores

a. $\begin{cases} 7x-3y=27 \\ 5x+y=35 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x+4y=14 \\ 5x-2y=4 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 4x+5y=55 \\ 6x-y=23 \end{cases}$

Actividad 3: Resuelve los siguientes problemas usando sistemas de ecuaciones.

a. Determina dos números, sabiendo que si al doble del primero se le suma el triple del segundo, da 23; mientras que si al triple del primero se le suma el doble del segundo, da 27.

b. Por la compra de cinco camisas y un pantalón nos cobran \$ 43.200. En cambio sí compramos sólo tres camisas y el pantalón nos cobran \$ 29.400. ¿Cuánto cuesta cada camisa y el pantalón?

c. Rafael le dice a Pablo: Si al doble de mi edad le sumamos siete veces la tuya obtenemos 157 años. A lo cual Pablo le responde si a nueve veces mi edad le quitamos cinco veces la tuya solo son 58 años. ¿Qué edad tienen Rafael y Pablo?

Actividad 4: Resuelve los siguientes ejercicios tipo PSU.

1. Si (a, b) es solución del sistema de
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 8 \end{cases}$$
 entonces $a - b =$

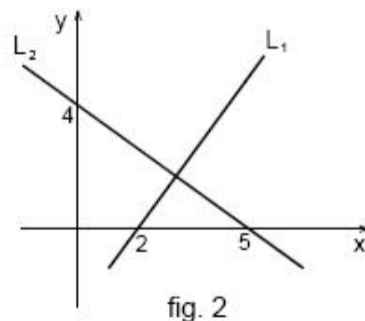
- A. 4
- B. 0
- C. 2
- D. -10
- E. -12

2. Los gráficos de las rectas cuyas ecuaciones son: $x - y + 5 = 0$ y $x + y - 3 = 0$ se intersectan en el punto de coordenadas:

- A. (3, 5)
- B. (-1, 4)
- C. (1, 2)
- D. (4, -1)
- E. (5, 3)

3. En la figura 2 las rectas L_1 y L_2 son perpendiculares, entonces ¿cuál de las siguientes opciones representa a la ecuación de la recta L_1 ?

- A. $y = \frac{5}{4}x - 2$
- B. $y = \frac{5}{4}(x - 2)$
- C. $y = \frac{4}{5}(x - 2)$
- D. $y = \frac{4}{5}x - 2$
- E. $y = -\frac{5}{4}(x - 2)$



4. En el problema: Hallar la medida de los lados de un rectángulo cuyo perímetro es 24 y cuyo lado mayor mide el triple que su lado menor, la solución dio como resultado: (9 y 3), por lo tanto la interpretación de la solución es:
- A. El lado menor mide 9 y el lado mayor 3
 - B. El lado menor mide 3 y el lado mayor mide 9
 - C. El perímetro menor es 3 y el mayor es 9
 - D. El área del rectángulo menor es 9 y el área del rectángulo mayor es 81.
 - E. Todas son posibles respuestas.

5. En el problema: Ana tiene el triple de edad que su hijo Jaime. Dentro de 15 años, la edad de Ana será el doble que la de su hijo, la solución es: (45,15). La solución se puede interpretar como:

- A. La diferencia entre la Madre y Jaime es 30 años
- B. Jaime tiene 45 años y su Madre 15 años
- C. La suma de las edades es 50 años
- D. Todas son posibles interpretaciones.
- E. No tiene interpretación el problema.

6. Un sistema de ecuaciones tiene como único resultado (2,3)¿Qué significa ese resultado?

- A. Las rectas que forman el sistema de ecuaciones intersectan en el punto (2,3)
- B. (2,3) corresponde a uno de los infinitos puntos donde coinciden las rectas del sistema.
- C. las rectas son paralelas.
- D. Las rectas del sistema son coincidentes
- E. Ninguna de las anteriores.

7. Si un sistema de ecuaciones tiene infinitos resultados, podemos decir que:

- A. las rectas son secantes.
- B. las rectas son coincidentes.
- C. las rectas son paralelas.
- D. las rectas son secantes.
- E. las rectas no existen.

8. Son soluciones del sistema

$$\begin{cases} 3x - y - 2 = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases}$$

- I. (1,1)
- II. (3,2)
- III. (1, - 1)

- A. Solo I
- B. Solo II
- C. Solo III
- D. Todos
- E. Ninguno

Cierre

¿Cómo resolverías el siguiente sistema? ¿Qué método te acomoda más?
Resuelve y comenta con tus compañeros

$$3x + 2y = 4$$

$$9x + 6y = 12$$



Evaluación Final

1. Francisca tiene el triple de la edad de su hermano Carlos, pero dentro de 5 años solamente tendrá el doble de la edad de él. ¿Cuál de los siguientes sistemas permite obtener la edad de cada uno?

A.

$$\begin{cases} x = 3y \\ x + 5 = 2(y + 5) \end{cases}$$

C.

$$\begin{cases} x = 3y \\ x + 5 = 2(y - 5) \end{cases}$$

B.

$$\begin{cases} x = 3y \\ x - 5 = 2(y + 5) \end{cases}$$

D.

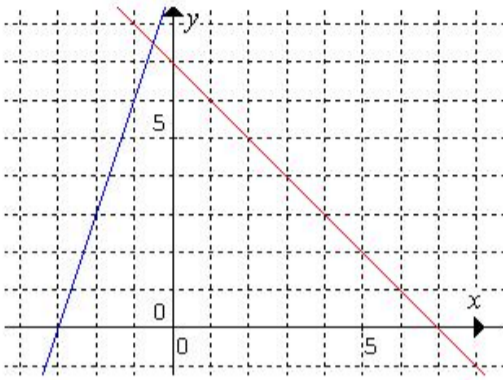
$$\begin{cases} x = 3y \\ x - 5 = 2(y - 5) \end{cases}$$

E. Ninguno de los sistemas representa.

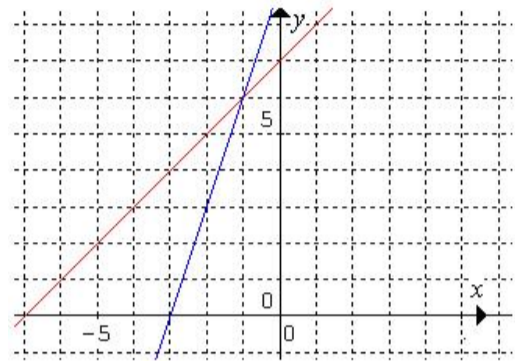
2. ¿Cuál de las gráficas corresponde a la solución del siguiente sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - y = -9 \end{cases}$$

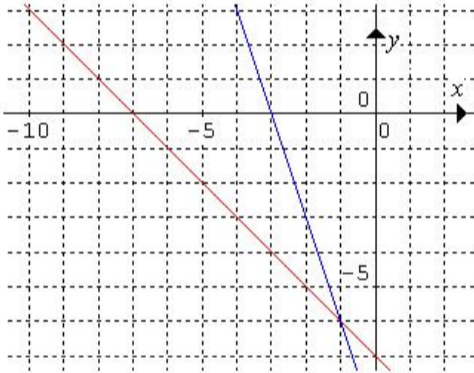
A



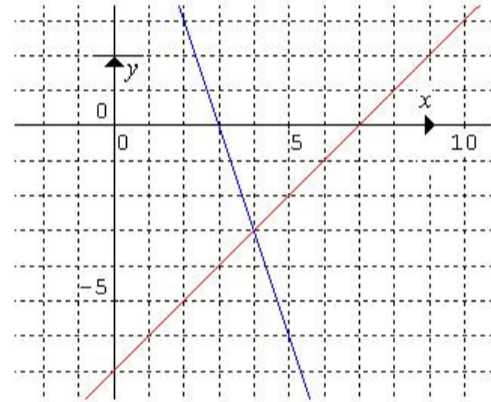
C



B



D



E. Ninguno de los anteriores.

3. Gráficamente, la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, es el punto de intersección de ambas rectas. Si no existe esta intersección, el sistema no tiene solución. ¿Cuál de los siguientes sistemas no tiene solución?

A.
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

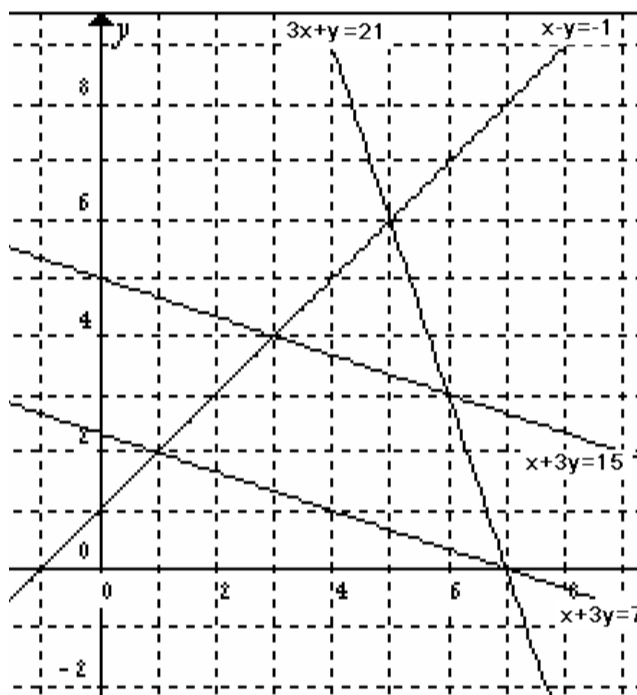
C.
$$\begin{cases} y - x = 3 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

E. ninguna de las anteriores.

4. Utiliza la figura para identificar aquella opción que entrega información incorrecta:



- A. El Sist. de Ecc. $\begin{cases} 3x + y = 21 \\ x - y = -1 \end{cases}$ tiene solución $x = 6$; $y = 5$
- B. El Sist. de Ecc. $\begin{cases} x + 3y = 15 \\ x - y = -1 \end{cases}$ tiene solución $x = 6$; $y = 3$.
- C. El Sist. de Ecc. $\begin{cases} 3x + y = 21 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$ tiene solución $x = 5$; $y = 6$.
- D. El Sist. de Ecc. $\begin{cases} x + 3y = 15 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$ no tiene solución
- E. El Sist. de Ecc. $\begin{cases} 3x + y = 21 \\ x - y = -1 \end{cases}$ tiene infinitas soluciones.

5. En una Frutería, don Manuel ha comprado 2 kg. de Platanos y 1 kg Naranjas. en \$ 1.220 y doña Flora ha comprado 3 kg. de Platanos y 2 kg. de Naranjas en \$ 2.020 ¿Cuánto vale cada kilo de Platanos?

- A. \$ 240
- B. \$ 340
- C. \$ 380
- D. \$ 420
- E. \$ 440



6. Para resolver un sistema de ecuación, Cristian hace lo siguiente: despeja “y” de la 2da. Ecuación y la expresión obtenida la reemplaza en la 1era. Este método se conoce como:

- A. Reducción
- B. De Igualación
- C. De Sustitución
- D. De Gráfico
- E. Cramer

7. Para resolver un sistema de ecuación, Alberto hace lo siguiente: despeja “y” de cada ecuación. Este método tiene relación con el método de:

- A. De Reducción
- B. De Igualación
- C. De Sustitución
- D. De Gráfico
- E. Cramer.

8 ¿Cuál es la solución del siguiente sistema?

$$7m - 3r = 15$$

$$5m + 6r = 27$$

- A. (0,7)
- B. (8,3)
- C. (6,5)
- D. (3,2)
- E. (4.2, 6.76)