8 Calcula en cada caso el valor de x.

a. $V_x^{10} = 720$

b. $C_x^8 = 56$

c. $V_4^x = 1680$

d. $C_6^x = 5005$

9 De un naipe inglés (52 cartas, sin comodines) se extraen 3 de ellas. Si los ases se consideran como número 1, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

a. Que todas las cartas sean figuras.

b. Que haya más figuras que números.

c. Que haya más números que figuras.

10 Una empresa de juegos de azar quiere realizar un sorteo con una tómbola con números del 1 al 30, y cartones con 5 números impresos, sin repeticiones entre cartones. Se extraerán 5 números al azar y se otorgará un premio a quienes obtengan 4 o 5 aciertos. Al presentar este sorteo al directorio de la empresa, se plantean las siguientes sugerencias:

- Aumentar a 32 los números de la tómbola, manteniendo el criterio de entrega de los premios.
- Aumentar a 6 los números extraídos e impresos, y premiar a los que obtengan 5 o 6 aciertos.
- Disminuir a 28 los números de la tómbola, y premiar solo a quienes tengan cinco aciertos.

a. ¿Cuál es la probabilidad de ganar un premio con las condiciones iniciales del sorteo?

b. ¿Con cuál de las sugerencias es más difícil ganar un premio?, ¿cuál es la probabilidad correspondiente?

c. ¿Con cuál de las sugerencias es más fácil ganar un premio?, ¿cuál es la probabilidad correspondiente?

Me evalúo Evalúa tu trabajo marcando el nivel de desempeño.

Indicador	🙂	😏	😮
Realicé permutaciones de hasta cinco elementos, con material concreto o pictóricamente.	○	○	○
Combiné las permutaciones con el sorteo al azar, con o sin reposición.	○	○	○
Resolví problemas de juegos de azar y de la vida cotidiana, aplicando combinatoria y permutaciones.	○	○	○
Evalué el proceso y comprobé resultados y soluciones dadas de un problema matemático.	○	○	○
Mostré una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.	○	○	○

Cuaderno página 130

Lección 10

Variable aleatoria

Exploro

¿Qué conocimientos tienes sobre variable aleatoria? Escribe tres ideas.

Al lanzar diez veces una moneda, ¿qué eventos se podrían contar? Explica.

Aprenderé a:

Definir y utilizar una variable aleatoria asociada a un experimento:

- Identificando los casos posibles y determinando las posibilidades para cada uno.
- Determinando la probabilidad de cada caso posible según la probabilidad de cada resultado y la cantidad de casos.
- Analizando la función de distribución de probabilidad de una variable aleatoria.
- Representando gráficamente la función de distribución.

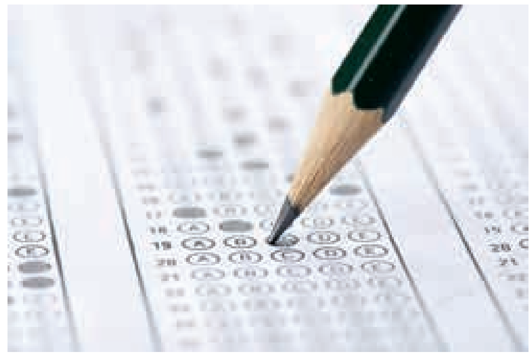
Necesito recordar...

- Técnicas de conteo asociadas a experimentos aleatorios.
- Concepto de función y sus elementos.
- Construcción, lectura e interpretación de gráficos de barras.

¿Qué debo saber?

1. Elena juega a lanzar tres monedas simultáneamente.
   a. ¿Cuántas posibilidades hay de obtener caras?
   b. Determina una función $f(x)$ que indique la cantidad de posibilidades de obtener x caras en cada caso. ¿Cuál es el dominio y el recorrido de la función?

Antes de la implementación de la Prueba de Selección Universitaria (PSU), los estudiantes rendían la Prueba de Aptitud Académica. Entre los principales cambios se encuentra la modificación al reglamento de puntuación, implementado en 2014. Con anterioridad a esta fecha, cada respuesta incorrecta descontaba 0,25 puntos (se otorgaba 1 punto por respuesta correcta y 0 por omitir), con objeto de evitar que los estudiantes se arriesgaran a responder al azar cuando no supieran con certeza la respuesta.



Para evitar que los alumnos contesten al azar o por descarte (en lugar de que lo hagan aplicando sus conocimientos), al confeccionar una prueba de selección múltiple, se incluyen muchos aspectos: se procura que las alternativas tengan una elaboración similar –ya que en general los estudiantes prefieren las respuestas más elaboradas que otras más simples–, que no haya alternativas evidentemente descartables y que las letras correspondientes a las alternativas no sigan algún patrón establecido (por ejemplo, ABCDEABCDEABCDE).

2. Marcelo ha respondido cierta cantidad de preguntas de una prueba con certeza. Para lograr el puntaje que necesita, requiere dos respuestas correctas más, pero le quedan cuatro preguntas, cada una con 5 alternativas, y no sabe qué responder. Decide entonces responderlas al azar.

- **a.** ¿De cuántas maneras puede responder estas 4 preguntas?
- **b.** ¿Cuál es la probabilidad de que una pregunta respondida al azar sea correcta?
- **c.** ¿De cuántas maneras puede ocurrir que dos de las respuestas sean correctas?, ¿cómo lo puedes calcular?
- **d.** ¿Cuál es la probabilidad de que logre su objetivo de obtener al menos dos respuestas correctas más?, ¿qué casos debes considerar? Explica.

Me evalúo Evalúa tu trabajo marcando el nivel de desempeño.

Indicador			
Apliqué diversas técnicas de conteo asociadas a experimentos aleatorios.			
Comprendí el concepto de función y sus elementos.			
Describí relaciones y situaciones matemáticas, usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.			
Tomé decisiones basado en conocimientos matemáticos.			

Cuaderno página 132

Tema 1: ¿Qué es una variable aleatoria?

¿Qué aprenderé?

A definir y utilizar una variable aleatoria, asociada a un experimento.

¿Para qué?

Para elaborar diversos análisis a partir de un mismo experimento aleatorio, según lo que interese estudiar.

Ayuda

En un diagrama de árbol, se llama **rama** a cada una de las líneas que simbolizan los caminos a diferentes posibilidades. Los extremos de las ramas se juntan en **nodos**, que simbolizan resultados particulares en una etapa. El final de cada rama se conoce como **hoja**. Recuerda que las secuencias de resultados posibles se presentan considerando el orden de ellos.

Actividad en pareja

Taller

Una partida de ajedrez se puede ganar, empatar (conocido como "tablas") o perder. En un torneo de ajedrez, cada jugador se enfrenta una vez contra cada uno de los demás, y a cada jugador se le asignan tres puntos por la victoria, un punto por un empate y ninguno por la derrota. Resulta vencedor del torneo quien acumule mayor puntaje. Esta forma de otorgar los puntos se conoce como "Regla de Bilbao", ya que fue implementada por primera vez en esta ciudad el año 2008, durante un Torneo de Maestros.

muzsy / Shutterstock.com

1 Construyan un diagrama de árbol para representar los resultados posibles de tres partidas, para un jugador específico, de modo que cada nodo del árbol contenga tres ramas, correspondientes a cada resultado. Utilicen las letras G, E y P para indicar si la partida es ganada, empatada o perdida.

a. ¿Cuántas ramas tiene este diagrama de árbol?

b. Seleccionen tres ramas del árbol, describan en palabras el desarrollo de los partidos y calculen la cantidad de puntos obtenidos.

c. ¿De cuántas maneras el jugador puede obtener 3, 4 y 7 puntos?

2 En el colegio, se desarrolla un torneo de ajedrez con 4 jugadores utilizando la "Regla de Bilbao".

a. ¿Cuántas partidas deben jugarse en todo el torneo?

b. ¿Cuántos puntos puede obtener, como máximo, un jugador que participa en el torneo?

c. ¿Cuántos puntos puede obtener, como mínimo, un jugador que participa en el torneo?

d. ¿Es posible que un jugador obtenga 8 puntos?, ¿por qué? Expliquen.

e. ¿Cuáles son todas las posibles cantidades de puntos que puede obtener un jugador? Escríbanlas y describan en cada caso un resultado que permita obtener dicha cantidad.

f. Si se sabe que un jugador obtuvo 3 puntos, ¿es posible saber cuáles fueron sus resultados? Expliquen.

¿Cómo trabajé el taller?	Individualmente	Grupalmente
¿Cómo trabajó mi compañero(a) el taller?	Individualmente	Grupalmente

Matemática e historia

Leyenda del ajedrez

Hace mucho tiempo reinaba en parte de la India el rey Sheram. En una de las batallas en las que participó su ejército perdió a su hijo, y eso lo dejó profundamente triste. Nada de lo que le ofrecían sus súbditos lograba alegrarlo.

Un buen día, un tal Sissa se presentó en su corte y pidió audiencia. El rey la aceptó y Sissa le presentó un juego que, aseguró, conseguiría divertirlo y alegrarlo de nuevo: el ajedrez.

Después de explicarle las reglas y entregarle las piezas y el tablero, el rey comenzó a jugar y se sintió maravillado: jugó y jugó y desapareció en parte su pena. Sissa lo había logrado.

Sheram, agradecido por tan preciado regalo, le dijo a Sissa que como recompensa pidiera lo que deseara. Este rechazó esa recompensa, pero el rey insistió y Sissa pidió lo siguiente:

> "Deseo que ponga un grano de trigo en el primer cuadro del tablero, dos, en el segundo, cuatro en el tercero, y así sucesivamente, doblando el número de granos en cada cuadro, y que me entregue la cantidad de granos de trigo resultante".

El rey se sorprendió bastante con la petición creyendo que era una recompensa demasiado pequeña para tan importante regalo y aceptó. Mandó a los calculistas de la corte que calcularan la cantidad exacta de granos de trigo que había pedido Sissa, es decir:

$$1 + 2 + 4 + 8 + \ldots + 2^{63} + 2^{64}$$

Cuál fue su sorpresa cuando estos le comunicaron que no podía entregar esa cantidad de trigo ya que ascendía a:

18 446 744 073 709 551 615 granos de trigo

El rey se quedó de piedra. Pero en ese momento Sissa renunció al presente. Tenía suficiente con haber conseguido que el rey volviera a estar feliz y además les había dado una lección matemática que no se esperaban.

Glosario

Variable aleatoria: función que toma sus valores de acuerdo con los resultados de un experimento aleatorio. Así, su dominio es el espacio muestral y el recorrido corresponde a valores numéricos según se defina la función. Se utiliza la notación $X(x)$.

Actividades de proceso

1. Una tómbola contiene 24 bolitas, numeradas del 1 al 24, de las cuales se escogen 3 al azar. Francisca, Felipe y Jorge apuestan sobre los números de estas bolitas.

- Francisca dice que una de las bolitas tendrá el número 18.
- Felipe dice que al menos dos de las bolitas contendrán números pares.
- Jorge dice que una bolita tendrá un número múltiplo de 3.

Al extraer las bolitas, aunque los resultados posibles son los mismos, las **variables aleatorias** que observa cada uno son diferentes. Sus apuestas se pueden interpretar de modo que se representen usando números. Observa.

a. A Francisca le interesa cuántas de las bolitas obtenidas tienen el número 18. ¿Qué valores puede tomar esta variable?

____

____

b. A Felipe le interesa la cantidad de números pares obtenidos. ¿Qué valores puede tomar esta variable?

____

____

c. A Jorge le interesa si el número de la bolita es múltiplo de 3. ¿Qué valores puede tomar esta variable?

____

____

2. Considera el experimento aleatorio "preguntar a una persona cuál es su plato favorito". En ese contexto, determina si cada una de las siguientes variables corresponde o no a una variable aleatoria.

a. X: cantidad de letras que tiene el nombre del plato. ☐

b. $X = 0$ si son solo verduras, $X = 1$ si es solo carne, $X = 2$ si no corresponde a ninguno de los casos anteriores. ☐

c. X: nombre del plato. ☐

d. X: costo de preparación, en pesos, del plato. ☐

e. X: cantidad de calorías que tiene el plato. ☐

f. X: lugar donde se vende el plato. ☐

3. En el torneo de ajedrez descrito (página 270), la regla de Bilbao para el resultado de cada partida corresponde a una variable aleatoria X.

a. ¿Cuál es el dom(X)?

b. ¿Cuáles son todos los valores posibles para $X(x)$? Explica.

c. ¿De cuántas maneras es posible obtener 5 puntos?

A veces, la combinatoria nos puede ayudar a contar las posibilidades correspondientes a uno de los valores del recorrido. En este caso:

Puntos	Corresponde a	Es como contar de cuántas maneras se puede escoger	Cálculo	Casos Posibles
0	Perder las 3 partidas.	0 elementos de 3.	$\binom{3}{0} = 1$	1
3	Ganar una partida y empatar las otras 2.	1 elemento de 3.	$\binom{3}{1} = 3$	4
	Empatar las 3 partidas.	0 elementos de 3.	$\binom{3}{0} = 1$	
4	Ganar una partida, empatar una y perder una.	El orden de 3 elementos.	$3!$	6

d. Explica con tus palabras la forma de calcular las posibilidades para los casos restantes utilizando combinatoria. Compara tu explicación con tus compañeros.

e. Completa la siguiente tabla.

Puntos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Posibilidades										

En resumen

Una **variable aleatoria** es una función que, a cada posible resultado de un experimento, le asigna un número real. Por lo general, se denotan las variables aleatorias con letras mayúsculas X, Y, Z, etc.

La ventaja del concepto de variable aleatoria es que nos permite centrar la atención en alguna característica común que tengan los elementos del espacio muestral y que pueden ser de nuestro interés, más que los resultados mismos del experimento aleatorio.

Actividades de práctica

1. Para el experimento "lanzar 4 monedas simultáneamente", se define la variable aleatoria X: número de sellos obtenidos.

a. ¿Qué valores puede tomar X?

b. ¿Cuál es el dominio de la variable aleatoria X?

c. Determina los eventos correspondientes a $X = 3$. ¿Cuántos son los casos posibles?

d. ¿Cuáles son los eventos para los cuales $X = 1$?, ¿cómo los podrías describir?

e. ¿En qué casos se cumple $1 < X \leq 3$? Explica.

2. Dado el experimento "comprar una caja con 10 ampolletas", decide si las siguientes son variables aleatorias. Si fuera así, identifica los posibles valores que cada variable puede tomar.

a. X: cantidad de ampolletas quemadas.

b. Y: suma de los watts de todas las ampolletas.

c. Z: color de las ampolletas.

d. W: fecha de embalaje de la caja.

3. Laura y Antonio practican rayuela, pero no recuerdan cómo se otorgan los puntajes. Entonces, deciden que cada uno lanzará tres veces, por turnos, y ganará quien más aciertos haya logrado. Comienza lanzando Laura.

a. Representa en un diagrama de árbol los posibles resulatados del juego de Laura. ¿Cuántas posibilidades hay?

b. ¿De cuántas maneras es posible que gane Laura?, ¿y que gane Antonio?

4. Gladys trabaja haciendo el control de calidad de una partida de tornillos. Para esto, extrae consecutivamente 5 tornillos de cada caja y registra si están dañados o en buen estado.

a. Determina la variable aleatoria X: cantidad de tornillos en buen estado.

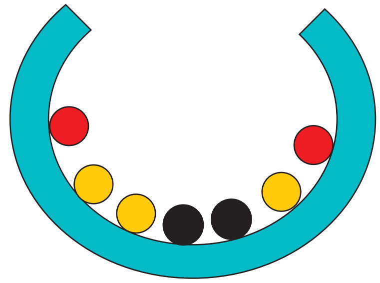
b. Describe con palabras los siguientes eventos:

- $X = 4$
- $X = 0$
- $1 < X \leq 4$

Matemática y deporte

La rayuela consiste en lanzar un tejo metálico circular sobre una caja inclinada rellena con arcilla desde 14 metros de distancia. Este receptáculo está dividido por la mitad por una lienza tensada dispuesta a lo ancho de la cancha. Los jugadores se van alternando los tiros y el tejo que queda más cerca de la lienza obtiene los puntos. Si le acierta a la lienza -jugada conocida como "quemada"- se adjudica doble puntaje. Los puntos se van anulando si son iguales entre los contrincantes, por lo que los partidos pueden tener una duración indefinida.

5. Considera la siguiente tómbola:



Se extrae una bolita, se registra su color y se deja aparte. Luego, se repite el proceso tantas veces como sea necesario. A partir de ello se han definido las siguientes variables aleatorias:

- X: extracciones necesarias hasta sacar la segunda bolita roja.
- Y: extracciones necesarias hasta sacar la segunda bolita amarilla.
- Z: extracciones necesarias hasta sacar la primera bolita negra.

Escribe en cada caso los elementos del espacio muestral correspondientes a los siguientes valores.

a. $X = 3$

b. $Y = 5$

c. $Z = 4$

6. Se lanzan cinco monedas a la vez y se define una variable aleatoria considerando los resultados obtenidos. El recorrido de esta variable aleatoria es $\text{Rec}(X) = \{-5, -3, -1, 1, 3, 5\}$

a. ¿Cuál puede ser la variable aleatoria definida?, ¿es única? Discute con tus compañeros.

b. Escribe, para cada elemento del recorrido, sus preimágenes. ¿Cuántos elementos tiene cada uno? Explica.

Ayuda

Dada una función $f(x)$, si $f(a) = b$ entonces b es la **imagen** de a, mientras que a es la **preimagen** de b.

¿Qué aprendí hoy?

De un juego de dominó completo se extrae una ficha al azar y se define la variable aleatoria Y: totalidad de los puntos que contiene.

a. Utiliza una tabla o un esquema para representar la variable aleatoria.

b. ¿De qué maneras se pueden obtener 5 puntos?

c. ¿De cuántas maneras se pueden obtener 9 puntos?

d. ¿A qué casos corresponde la expresión $Y > 8$? Escríbelos.

Cuaderno página 133

Tema 2: ¿Cuál es la probabilidad de una variable aleatoria?

¿Qué aprenderé?

A calcular la probabilidad de la variable aleatoria asociada a un experimento.

¿Para qué?

Para calcular la función de probabilidad correspondiente al experimento aleatorio.

¿Hay alguna otra manera de que lo puedas hacer? Explica.

Actividad en pareja

Taller

Los jugadores de un equipo de básquetbol han decidido practicar con dedicación los tiros libres, ya que han errado muchos en los últimos partidos. Para esto, realizarán una competencia que consiste en que cada jugador podrá lanzar a la canasta hasta que logre convertir, con un máximo de 4 tiros.

Tiro en que logró convertir	Puntaje
Primero	3
Segundo	2
Tercero	1
Cuarto	0
Ninguno	–2

1. Utilizando un diagrama de árbol, representa el posible desarrollo de la competencia para un jugador.

2. Define para esta situación una variable aleatoria. ¿Cuál es su dominio y su recorrido?

3. Si al lanzar un tiro libre cualquiera, cada jugador tiene una probabilidad de anotar de 0,75, ¿cuál es la probabilidad de que obtenga 1 punto? Explica cómo calcularlo.

4 Para cada valor de una variable aleatoria, se puede determinar su probabilidad, creando de esta manera una nueva **función de probabilidad**. Observa y completa.

La probabilidad de que acierte al primer tiro es 0,75.

Que acierte al segundo tiro implica que falló el primero, cuya probabilidad es de 0,25. Luego, la probabilidad de que acierte al segundo es 0,25 • 0,75.

a. Que acierte al tercer tiro implica que ya falló los dos primeros. Luego, la probabilidad de que esto suceda es:

.

b. La probabilidad de que acierte al cuarto tiro es de

y la de

que no acierte ninguno de los cuatro tiros es

.

5 Así, se define la función de probabilidad de la variable aleatoria como P($X = x$) para cada valor posible de x. Completa:

$$P(X = 3) = 0{,}75 = \frac{3}{4}$$

$$P(X = 2) = 0{,}25 \cdot 0{,}75 = \frac{3}{16}$$

a. $P(X = 1) =$ ____________

b. $P(X = 0) =$ ____________

c. $P(X = -2) =$ ____________

6 Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos. Explica con tus palabras a qué corresponden en cada caso.

a. $P(X \geq 0) =$ ____________

b. $P(X < 3) =$ ____________

	Individualmente	Grupalmente
¿Cómo trabajé el taller?	○ ○ ○	○ ○ ○
¿Cómo trabajó mi compañero(a) el taller?	○ ○ ○	○ ○ ○

Glosario

Función de probabilidad: de una variable aleatoria discreta X es la función que asocia a cada valor de x_i de la variable su probabilidad p_i.
Ya que se trata de la probabilidad, para los valores de p_i se cumple que $0 \leq p_i \leq 1$, y siempre:
$p_1 + p_2 + p_3 + \cdots + p_n = 1$

Actividades de proceso

¿A que se refieren estas propiedades? Explicalas dando un ejemplo de cada una.

Ayuda

No confundas las letras X y x, ya que, en probabilidades, tienen distinto significado.
Se usa la letra X (mayúscula) para designar la variable aleatoria; mientras que la letra x (minúscula) designa sus valores particulares.

1. Natalia es una tiradora de arco y flecha con mucha experiencia. La probabilidad de que consiga una diana (es decir, que acierte en el centro del disco de lanzamiento) es igual a 0,95. En una serie de 6 tiros:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga 4 dianas?

Observa que, según el número de dianas que consiga, la cantidad de posibilidades de obtenerlas en los 6 lanzamientos va variando. Por ejemplo, existe solo una forma de no acertar ninguna (o de acertarlas todas). Pero si logra solo una diana, son seis las posibilidades de que esto ocurra (porque la serie es de seis tiros).

Entonces, se puede usar combinatoria para determinar la probabilidad de cada uno de los valores de la variable aleatoria Y: cantidad de dianas obtenidas.

En este caso, se busca el valor de $P(Y = 4)$, esto es, la probabilidad de que obtenga solo cuatro dianas. Una forma de hacerlo es imaginar una secuencia de seis casilleros en los que debemos escoger cuatro de ellos que correspondan a las dianas.
Por ejemplo:

1	2	3	4	5	6
Fuera	Diana	Diana	Fuera	Diana	Diana

Completa con otro caso posible:

1	2	3	4	5	6

Escoger todas las posiciones correspondientes a 4 dianas equivale a calcular la cantidad de maneras en que se pueden escoger cuatro elementos de entre seis sin considerar el orden. Es decir:

$$C_4^6 = \binom{6}{4} = \frac{6!}{4! \cdot (6-4)!} = \boxed{}$$

Ahora, observa que la probabilidad para la primera secuencia de tiros es la siguiente:

$$0{,}05 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}95 = 0{,}95^4 \cdot 0{,}05^2$$

Para la segunda secuencia, la probabilidad es:

$\boxed{}$.

Luego, se puede deducir que:

$P(Y = 4) = \boxed{} \cdot \boxed{}$

Cantidad de maneras — Probabilidad de 4 dianas

b. ¿Cuál es la probabilidad de que Natalia obtenga más dianas que tiros fuera del centro?

De manera similar, para cada valor de la variable aleatoria, en este caso $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$, se tiene que:

Probabilidad de ***n*** dianas

$$P(Y = n) = \binom{6}{n} \cdot 0{,}95^{n} \cdot 0{,}05^{6-n}$$

Cantidad de maneras

Entonces, la probabilidad de obtener más dianas que tiros fuera se puede calcular como:

$P(Y > 3) = P(Y = 4) + P(Y = 5) + P(Y = 6)$

$P(Y > 3) = \square$

2. Un jugador de básquetbol, que suele encestar el 70 % de sus tiros, tiene que lanzar a la canasta. Si acierta el primer tiro, puede repetir el lanzamiento. Luego, puede obtener 0 puntos (fallando el primer tiro), 1 punto (acertando el primero y fallando el segundo) o 2 puntos (acertando ambos tiros). Si X es la variable aleatoria que representa el puntaje obtenido, ¿cuál es su función de probabilidad?

Considerando que lo que ocurra en el primer lanzamiento no tiene ningún efecto sobre el segundo lanzamiento, entonces:

$P(X = 0) = \square$ probabilidad de fallar el primer tiro.

$P(X = 1) = \square \cdot \square = \square$ probabilidad de acertar un tiro y fallar otro.

$P(X = 2) = \square \cdot \square = \square$ probabilidad de acertar ambos tiros.

En resumen

Se llama **función de probabilidad** de una variable aleatoria a aquella que describe la probabilidad de los valores iguales a un valor de su dominio. Podemos escribirla como $P(X = x)$, siendo X la variable aleatoria correspondiente.

Si una variable aleatoria puede tomar los valores $\{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$, entonces se cumple que

$P(X = x_1) + P(X = x_2) + P(X = x_3) + \ldots + P(X = x_n) = 1.$

Ayuda

Si dos sucesos son independientes, la probabilidad de que ocurran ambos –es decir, uno y el otro– se calcula multiplicando sus probabilidades respectivas.

Y él ¿quién es?

Blaise Pascal (1623-1662)

Matemático, físico, escritor y filósofo cristiano francés, considerado una de las mentes privilegiadas de la historia occidental. Sus contribuciones a la matemática y a la historia natural incluyen el diseño y construcción de calculadoras mecánicas, aportes a la teoría de la probabilidad, investigaciones sobre los fluidos y la aclaración de conceptos tales como la presión y el vacío. Después de una experiencia religiosa profunda, Pascal se dedicó también a la filosofía y a la teología.

Actividades de práctica

1. Considera el lanzamiento de tres dados con seis caras numeradas, de colores blanco, azul y rojo. A partir de esto se definen las siguientes variables aleatorias:

- X: suma de los puntos de los tres dados.
- Y: suma de los puntos de los dados blanco y rojo menos los puntos del dado azul.
- Z: diferencia absoluta de los puntos obtenidos entre el dado rojo y el dado azul multiplicada por los puntos del dado blanco.

a. Construye una tabla de valores para cada variable aleatoria.

b. Determina la probabilidad de cada valor de la variable aleatoria.

Calcula los siguientes valores:

c. $P(X > 15)$

d. $P(Y \leq 5)$

e. $P(Z \geq 12)$

2. En el control de calidad de una fábrica se extrae uno de sus productos al azar para verificar si tiene fallas o no. Se ha estimado que la probabilidad de que un producto tenga fallas es igual a 0,02, independiente de los resultados previos. Para realizar el control de calidad se extraen 10 unidades del producto. Calcula la probabilidad de los siguientes eventos:

a. Dos de las unidades tienen fallas.

b. A lo más 4 unidades tienen fallas.

c. Las unidades con fallas son a lo menos 2, pero no más de 5.

3. En un colegio se organiza una prueba sorpresa durante el paseo de fin de año y se ha indicado a cada curso que debe escoger al azar a sus representantes (5 en total). En el 2° medio hay 20 mujeres y 13 hombres.

a. Determina la variable aleatoria Y: cantidad de mujeres en el equipo.

b. Determina la función de probabilidad de la variable aleatoria Y.

c. ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos una mujer en el equipo, pero no más de tres?

d. ¿Cuál es la probabilidad de que haya más hombres que mujeres en el equipo?

4. Lissette ha decidido ordenar sus 12 libros de ficción en una repisa uno al lado del otro, disponiéndolos al azar. Si dos de sus libros son sus favoritos:

a. Determina la variable aleatoria Z: cantidad de libros entre sus dos favoritos.

b. ¿Cuál es la probabilidad de que entre sus dos libros favoritos haya 5 libros?

5. La función de probabilidad de una variable aleatoria X se define con las siguientes condiciones:

$P(X = 1) = \frac{1}{5}$

$P(X = 2) = 2 \cdot P(X = 3)$

$P(X = 4) = 3 \cdot P(X = 2)$

a. Calcula la probabilidad de cada valor de la variable aleatoria.

b. ¿Cuál es el valor de $P(X \leq 2)$?

6. Amanda y Pablo van a un casino, y participan en el siguiente juego: Se apuesta $200 a algún número del 1 al 6. Luego el croupier lanza cuatro dados. Si el número escogido aparece una, dos, tres o cuatro veces en los dados, se gana una, dos, tres o cuatro veces lo apostado, respectivamente. Si no aparece, se pierde la apuesta.

a. Determina la variable aleatoria al monto ganado en el juego, apostando a un número cualquiera.

b. ¿Cuál es la probabilidad de ganar al menos $400?

c. Si Amanda y Pablo se ponen de acuerdo para apostar a números distintos, en el mismo lanzamiento, ¿cuál es la probabilidad de que, juntos, ganen al menos $600?

7. Un experimento tiene solo dos posibles resultados, que se pueden definir como "éxito" y "fracaso", y se determina que P(éxito) = p. Si el experimento se repite n veces, ¿qué expresión representa la función de probabilidad de la variable aleatoria asociada? Explica.

¿Qué tipo de razonamiento utilizaste? Explica.

¿Qué aprendí hoy?

Magaly está organizando un campeonato de vóleibol en la comuna. El estadio que será sede del campeonato tiene canchas que permiten albergar a un máximo de 10 equipos, pero ella ha aceptado 12 inscripciones. Por su experiencia, estima que el 20 % de los equipos que se inscriben no llegan el día de la competencia. Calcula la probabilidad de que:

a. ese día falten canchas;

b. ese día haya más canchas disponibles que las necesarias;

c. el estadio se utilice en su máxima capacidad.

Cuaderno página 135

Tema 3: ¿Cómo se grafica la distribución de una variable aleatoria?

¿Qué aprenderé?

A representar gráficamente la distribución de una variable aleatoria.

¿Para qué?

Para determinar la probabilidad de una variable aleatoria, observándola directamente en el gráfico y comparar e interpretar dos o más gráficos.

Glosario

Función de distribución: de una variable aleatoria X, cuyos valores suponemos ordenados de menor a mayor, es la función:

$$F(x) = p(X \leq x)$$

Es decir, la función de distribución asocia a cada valor de la variable aleatoria la probabilidad acumulada hasta ese valor.

Actividad en pareja

Taller

1. Para el experimento "lanzar dos dados", describan el espacio muestral Ω, escribiendo todos sus elementos. ¿Cuántos elementos son?
2. Dada la variable aleatoria X: suma de los dados, ¿cuáles son todos los posibles valores que puede tomar la variable aleatoria X?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los dados sea 12?, ¿y 8? Expliquen cómo determinarlo.
4. Calculen la probabilidad de que la variable aleatoria X tome cada uno de los valores posibles, es decir, describan su función de probabilidad.
5. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los dados sea, a lo más, 6? Expliquen cómo calcularlo.
6. Calculen la probabilidad de que la variable aleatoria X tome, a lo más, cada uno de los valores posibles, es decir, describan su **función de distribución**.
7. Construyan dos gráficos, ubicando en el eje de las abscisas los posibles valores de la variable aleatoria, y en el eje de las ordenadas, la probabilidad de que la variable aleatoria tome cada valor. Utilicen barras del mismo ancho sin dejar espacios entre ellas.
   a. Grafiquen la función de probabilidad $f(x)$.
   b. Grafiquen la función de distribución $F(x)$, es decir, la que describe la probabilidad de los valores menores o iguales a un valor del dominio de la variable aleatoria.

	Individualmente	Grupalmente
¿Cómo trabajé el taller?	○ ○ ○	○ ○ ○
¿Cómo trabajó mi compañero(a) el taller?	○ ○ ○	○ ○ ○