	GUÍA N°1 "ALGEBRA Y FUNCIONES"	Liceo Miguel Rafael Prado Departamento de Matemática Profesora: Mackarena Mora

Nombre: _________________________________ Curso: 4°_____ Fecha: __________

Objetivo: Expresiones y fracciones algebraicas.

Instrucciones:

- Estimado estudiante a continuación encontraras una serie de conceptos, actividades y ejercicios relacionados con **Algebra y funciones**.
- Lee atentamente las definiciones de todos los conceptos e indicaciones de cada actividad.
- Revisa con atención los ejemplos dados.
- Te sugiero realizar los ejemplos por ti mismo(a), así podrás comprobar los resultados y comprender los ejemplos.
- Recuerda que no es necesario que imprimas esta guía, la puedes desarróllala en un cuaderno (sacar las hojas y cortar los flecos) o imprimirla y una vez realizada guárdala en una carpeta para ser entregado a la profesora, una vez se levanten las medidas sanitarias desde el MINSAL.
- Si tienes alguna duda o consulta escribe a mi correo electrónico ymora@secst.cl de lunes a viernes entre 9:00 hrs. y 17:00 hrs.

Álgebra y Fracciones Algebraicas

Expresiones Algebraicas

Estas expresiones están formadas por sumas y/o restas de términos numéricos y/o literales.

Evaluación	Términos Semejantes	Reducción Términos Semejantes
Para evaluar una expresión algebraica se deben sustituir las letras por valores numéricos.	Los términos semejantes son aquellos términos que poseen exactamente el mismo factor literal.	Consiste en sumas y/o restar los coeficientes numéricos de los términos semejantes
Ejemplo: Si $m = 4$ y $p = 3$ $p^2 \cdot \sqrt{m} = 3^2 \cdot \sqrt{4} = 9 \cdot 2 = 18$	**Ejemplo**: y^2 e y no son términos semejantes	**Ejemplo**: $4ab + 2b + 2ab = 6ab + 2b$

Uso de Paréntesis

Para las expresiones algebraicas es importante tener un buen uso del paréntesis, ya que su mal uso inevitablemente lleva a error en la resolución del ejercicio, aquí hay algunas reglas:

- Los paréntesis precedidos de un término positivo se pueden eliminar sin realizar ningún cambio de signos de los términos dentro del paréntesis. (Ejemplo: $n + (4x - 5y) = n + 4x - 5y$)
- Si un paréntesis esta precedido de un signo negativo, se deben cambiar TODOS los signos dentro del paréntesis. (Ejemplo: $n - (4x - 5y) = n - 4x + 5y$)
- Si tenemos un paréntesis dentro de otro paréntesis, se debe resolver primero el paréntesis de más adentro: (Ejemplo: $n - \big(4x - (5y + z)\big) = n - (4x - 5y - z) = n - 4x + 5y + z$)

Operatoria Algebraica

Suma o Resta	Multiplicación		
	Monomio por Polinomio	**Monomio por Monomio**	**Polinomio por Polinomio/Binomio**
Se debe aplica reducción de términos semejantes $4x + 5y - x + 2 = 3x + 7y$	$3x(3x + y + 1) = 9x^2 + 3xy + 3x$	$3x \cdot 4y^2 = 12xy^2$	$(3x + y + 1)(x + 2) = 3x^2 + 6x + xy + 2y + x + 2$

EJERCICIOS 27

1. $-k - 4m + 2u - 6 - 2k + 3m - 3u + 7 =$
   a) $-3k - m - u + 1$
   b) $-3k - m + u - 1$
   c) $-3k + m - u + 1$
   d) $-3k + m + u + 1$
   e) $-3k - m - u - 1$

2. Luis compra $6x - y$ dulces, le regala a su tía $y - x$, para luego comer $3x - y$, ¿Cuántos dulces le quedan?
   a) $8x - 3y$
   b) $4x - y$
   c) $9x - 3y$
   d) $2x - 3y$
   e) $2x - y$

Productos Notables

Los productos notables deben de ser uno de los contenidos más importantes relacionados a algebra, y lo importante de ellos es aprender a reconocerlos y a trabajarlos para resolver ejercicios de manera más sencilla, los productos notables son:

Cuadrado de Binomio	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $(-a+b)^2 = (a-b)^2 = (b-a)^2 \quad \wedge \quad (-a-b)^2 = (a+b)^2$
Suma por su Diferencia	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Cuadrado de Trinomio	$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
Cubo de Binomio	$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
Binomios con Término Común	$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

EJERCICIOS 28

1. El cuadrado de la diferencia entre u y $9k$ es:
   a) $u^2 + 81k^2$
   b) $u^2 - 81k^2$
   c) $u^2 + 81k^2 - 18uk$
   d) $u^2 + 81k^2 + 18uk$
   e) $u^2 + 81k^2 - 9uk$

2. $2(3p-4)(3p+4) - (4p-3)^2 =$
   a) $2p^2 - 23$
   b) $2p^2 - 24p - 41$
   c) $2p^2 - 24p - 25$
   d) $2p^2 + 24p - 41$
   e) Ninguna de las anteriores

3. $\left(\frac{1}{k} - t\right)\left(t + \frac{1}{k}\right) =$
   a) $t^2 - \frac{1}{k^2}$
   b) $\frac{1}{k^2} - t^2$
   c) $\frac{1}{k}$
   d) $\frac{1}{k^2} + t^2$
   e) $\frac{1}{k^2} + \frac{2t}{k} + t^2$

4. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es(son) equivalente(s) con $(-2+x)^2$?
   I. $4 + x^2$
   II. $(2-x)^2$
   III. $\left(2-(-x)\right)^2$
   a) Sólo II
   b) Sólo I y II
   c) Sólo I y III
   d) Sólo II y III
   e) I, II y III

5. $x^3 + y^3 = (x+y)^3$ si:
   (1) $x = 0$
   (2) $y = 0$
   a) (1) por sí sola
   b) (2) por sí sola
   c) Ambas juntas, (1) y (2)
   d) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
   e) Se requiere información adicional

Factorización

La factorización es el proceso en el cuál convertimos una expresión algebraica en una multiplicación entre factores, y debemos tener en cuenta los productos notables ya que muchas factorizaciones son volver el desarrollo a la forma de producto notable.

Factor Común	$ab \pm ac = a(b \pm c)$ $(a+b)c \pm (a+b)d = (a+b)(c \pm d)$
Diferencia de Cuadrados	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
Diferencia de Cubos	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$
Suma de Cubos	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$
Trinomios	$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ $x^2 + px + q = (x+a)(x+b)$ $\quad p = a+b$, $q = ab$ $ax^2 + bx + c = \dfrac{(ax)^2 + b(ax) + ac}{a} = \dfrac{(ax+p)(ax+q)}{a}$ $\quad b = p+q$, $c = \dfrac{pq}{a}$

EJERCICIOS 29

1. $ax - bx + by + cy - cx - ay =$
   a) $(a-b)(c-x)(x-y)$
   b) $(a-b-c)(x+y)$
   c) $(a-b+c)(x-y)$
   d) $(a-b-c)(x-y)$
   e) $(a+b+c)(x+y)$

2. $7pqy^2 - 5y^2 - 5x^2 + 7pqx^2 =$
   a) $(x-y)(x+y)(7pq-5)$
   b) $(x^2+y^2)(5-7pq)$
   c) $(x^2+y^2)(7pq-5)$
   d) $(x-y)(x+y)(5-7pq)$
   e) $(x^2+y^2)(7pq+5)$

3. Uno de los divisores de $12x^3 - 3x$ es:
   a) $3x^3$
   b) $x-3$
   c) $2x^2-1$
   d) $(2x-2)^3$
   e) $2x+1$

4. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es(son) equivalentes a $3b^2 + 2b - 5$?
   I. $(b+1)(3b-5)$
   II. $(-1+b)(5+3b)$
   III. $(1-b)(-3b-5)$
   a) Sólo I
   b) Sólo II
   c) Sólo I y II
   d) Sólo II y III
   e) I, II y III

5. Si $T = 9x^2 + 3x$ y $S = 4 + 9x$, entonces $T + S =$
   a) $(3x-2)^2$
   b) $(3x+2)^2$
   c) $(9x-4)^2$
   d) $(9x+2)^2$
   e) $(3x+4)^2$

Fracciones Algebraicas

Las fracciones algebraicas son divisiones entre términos algebraicos, por ejemplo:

$$\frac{P}{Q} \quad \rightarrow \quad \frac{2x+3}{5xy^2+2z}$$

Para esto el polinomio Q debe ser siempre distinto de cero, y al igual que en los números naturales, se pueden realizar distintas operatorias, de la siguiente forma:

Adición y Sustracción	Multiplicación	Amplificación
$\frac{2}{3x}+\frac{4y}{3z}=\frac{6z+12xy}{9xz}=\frac{2z+4xy}{3xz}$	$\frac{3x}{2y}\cdot\frac{1}{5z}=\frac{3x}{10yz}$	$\frac{5x-4}{y^2}\cdot\frac{4z}{4z}=\frac{20xz-16z}{4y^2z}$

División	Simplificación
$\frac{3xz+1}{y}\div\frac{3yz}{2t}=\frac{3xz+1}{y}\cdot\frac{2t}{3yz}=\frac{6txz+2t}{3y^2z}$	$\frac{(2x+1)(x-1)}{(3x+2)(x-1)}=\frac{(2x+1)}{(3x+2)}$

M.C.M y M.C.D

Monomios	Polinomios
El M.C.M es el producto de los coeficientes numéricos y las letras con mayor exponente El M.C.D es el producto entre los coeficientes numéricos comunes y las letras con menor exponente.	Para polinomios tanto para M.C.M y M.C.D se recomienda siempre que se factoricen en caso de ser posible y una vez hecho eso, se procede como si fueran monomios.

EJERCICIOS 30

1. $\frac{4x^2-8x+4}{x^2-1}\cdot\frac{x+1}{12}=$
   a) $\frac{4x^2-7x+5}{x^2-11}$
   b) $\frac{x-1}{3}$
   c) $\frac{x+1}{3}$
   d) $\frac{9-7x}{11}$
   e) $3(x-1)$

2. $\frac{y^2+3y}{y+3}=$
   a) y^2
   b) y
   c) $3y$
   d) $y+3$
   e) y^2+1

3. $\frac{2y^2-5y}{y-2}+\frac{y^2-y}{y-2}=$
   a) $3y$
   b) $-3y$
   c) $3y^2$
   d) $-3y^2$
   e) $3y-6$

4. Con $m \neq \pm 3$, $\left(\frac{m^2+2m-15}{m^2+8m+15}\div\frac{1}{m^2-9}\right)=$
   a) $4(m^2-9)$
   b) m^2-9
   c) $m^2+(-3)^2$
   d) $(m+3)^2$
   e) m^2-6m+9