

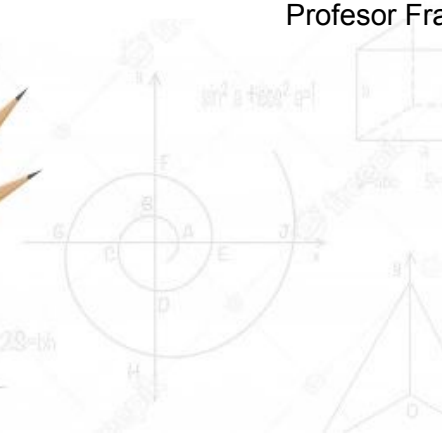
Liceo Bicentenario San Francisco

FORMULARIO MATEMÁTICAS

Profesor Francisco López - Ed. Diferencial Belèn Ruiz M



Handwritten notes on a small piece of paper, including the formulas $2A = a \cdot b \cdot \sin \gamma$, $a/b = \sin \gamma$, and $S = 2bh \cdot r^2$.



DECIMALES

Tipos	Ej:	Resultado	Procedimiento
Finito	7,23	$\frac{723}{10^2}$	$\frac{\text{n}^\circ \text{ completo}}{10^{\text{cantidad de n}^\circ \text{ después de la coma}}}$
Periódico	1,327	$\frac{1327-1}{999} = \frac{1326}{999}$	$\frac{\text{n}^\circ \text{ completo} - \text{parte no periódica}}{\text{tantos 9 como n}^\circ \text{ después de la coma}}$
Semiperiódico	2,435	$\frac{2435-24}{990} = \frac{2411}{990}$	$\frac{\text{n}^\circ \text{ completo} - \text{parte no periódica}}{\text{tantos 9 como n}^\circ \text{ tenga el periodo y tantos 0 como n}^\circ \text{ tenga el anteperiodo}}$

APROXIMACIONES por...

Defecto o truncamiento

Simplemente se corta en la cifra que nos pidan

Ejemplos

- Truncar 3,1456 a la centésima: 3,14

Exceso

El número resultante será mayor.

Ejemplos

- Aprox. por exceso 3,1456 a la centésima: 3,15

Redondeo

Nos fijamos en el número que está al lado del solicitado. Si es mayor o igual a 5, aproximamos por exceso, si es menor, por defecto.

Ejemplo

- Aprox. por redondeo 3,1478 a la centésima: 3,15

RAÍCES

Propiedades

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a:b}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$2\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{a} = 3\sqrt[n]{a}$$

Racionalización

Consiste en quitar del denominador las raíces, multiplicando por algún valor arriba y abajo.

$$\frac{2}{\sqrt{4}} = \frac{2}{\sqrt{4}} \cdot \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}} = \frac{2\sqrt{4}}{4}$$

Importante

Entrar / sacar un número de una raíz:

$$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

$$\sqrt{144} = 12$$

$$\sqrt{169} = 13$$

$$\sqrt{225} = 15$$

POTENCIAS

Propiedades

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$0^a = 0$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Importante

¡Cuidado con los paréntesis!

$$\begin{matrix} \curvearrowright & (-2)^4 & \neq & -2^4 & \curvearrowleft \\ & & & & \end{matrix}$$

$$(-2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2) \quad - (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)$$

Un número elevado a un número par siempre dará un número positivo.

$$2^1 = 2 \quad 2^4 = 16 \quad 2^7 = 128$$

$$2^2 = 4 \quad 2^5 = 32 \quad 2^8 = 256$$

$$2^3 = 8 \quad 2^6 = 64 \quad 2^9 = 512$$

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Naturales	N	$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$	Números que usamos para contar
Cardinales	N_0	$\{0, 1, 2, 3, \dots\}$	Naturales más el $\{0\}$
Enteros	Z	$\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$	$Z^- \setminus \{0\}, Z^+$
Racionales	Q	$\{\dots, -4, \frac{4}{3}, -1, 0, \frac{2}{3}, \dots\}$	Aquellos que se pueden escribir como fracción
Irracionales	I	$\{\pi, \phi, \sqrt{7}, e, \log 2\}$	Aquellos que NO se pueden escribir como fracción
Reales	R	$\{Q \cup I\}$	Unión de racionales e irracionales

LOGARITMOS

Propiedades

$$\log_a(x:y) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_c(a)^b = b \cdot \log_c a$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

Definición

El logaritmo es la función inversa de la exponencial.

$$\log_a x = y \iff a^y = x$$

$$a > 0, a \neq 1$$

Cambio de base

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

GENERALIDADES

Tipos de números

- **Primo:** Naturales que tienen sólo 2 divisores distintos, 1 y sí mismo
{2, 3, 5, 7...}
- **Compuesto:**
Naturales que no son primos. {4, 6, 8, 9...}

Inverso

- **Aditivo:** Aquel que sumado con el número resulta 0
- **Multiplicativo o recíproco:** Aquel que multiplicado con el número resulta 1

Casos especiales

$\frac{0}{0}$ indeterminado

$\frac{a}{0}$ indefinido

$\frac{0}{a}$ es cero

0^0 indefinido

Cálculo frecuente

La división por 5 es un cálculo frecuente, para eso: multiplica el número por 2 y luego lo divides por 10.

$$\frac{27}{5} = \frac{27 \cdot 2}{10} = \frac{54}{10} = 5,4$$

Mínimo común múltiplo

Menor número que es múltiplo de los elementos de un conjunto.

Se puede resolver realizando la descomposición de factores primos.

Máximo común divisor

Mayor número que es divisor de los elementos de un conjunto.

Se puede resolver realizando la descomposición de factores primos.

PRODUCTOS NOTABLES

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

GRÁFICA DE FUNCIONES

Desplazamiento

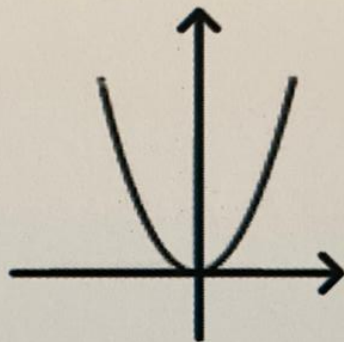
$y = f(x \pm a)$
Horizontal, contrario al signo.

$y = f(x) \pm a$
Vertical, en el sentido del signo.

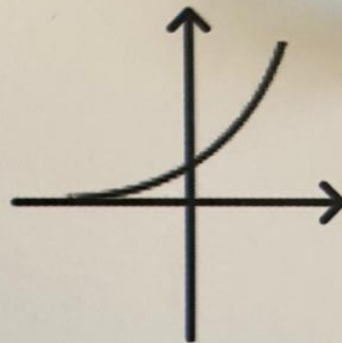
$y = -f(x)$
Simetría con el eje x.

$y = f(-x)$
Simetría con el eje y.

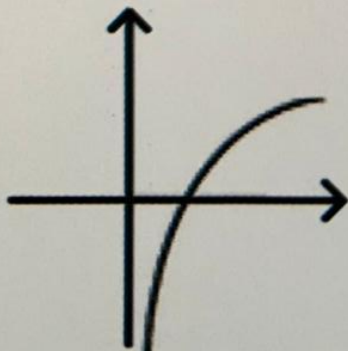
Función Cuadrática



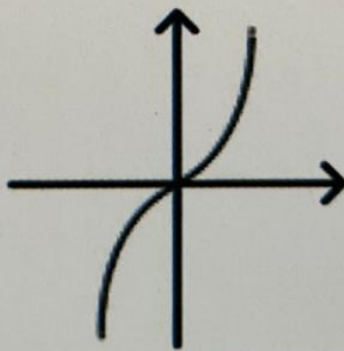
Función Exponencial



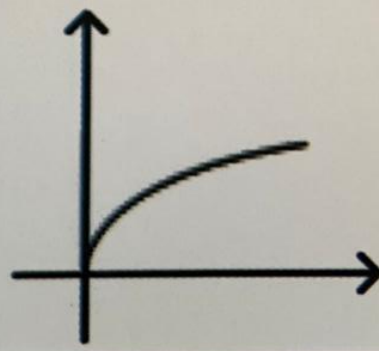
Función Logarítmica



Función Cúbica

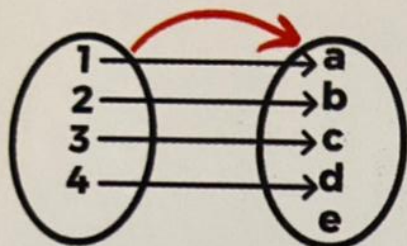


Función Raíz cuadrada



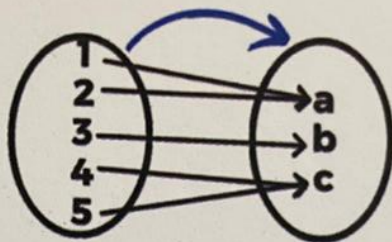
TIPOS DE FUNCIONES

Función Inyectiva



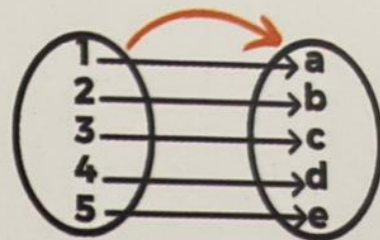
Cada elemento del recorrido es imagen de solamente una preimagen.

Función Sobreyectiva



El recorrido es igual al codominio, pero las imágenes pueden tener más de una preimagen.

Función Biyectiva

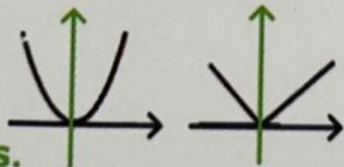


A todas y cada una de las imágenes le corresponde una única preimagen.
(inyectiva y sobreyectiva)

Función Par

Su gráfica es simétrica con respecto al **eje de las ordenadas**.

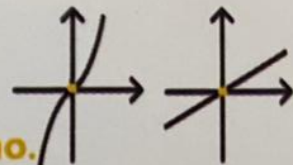
$$f(x) = f(-x)$$



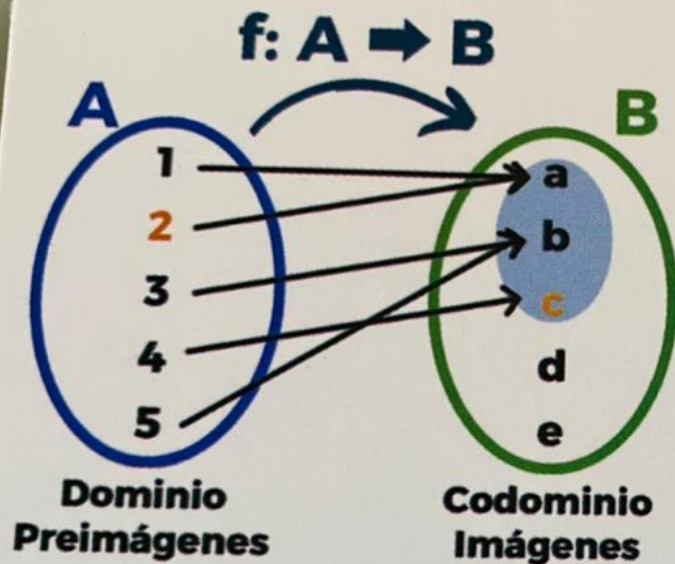
Función Impar

Su gráfica es simétrica con respecto al **origen del plano cartesiano**.

$$f(x) = -f(-x)$$



FUNCIONES



Una función f es una relación entre un conjunto llamado **dominio** y otro llamado **codominio**. A cada elemento x del dominio le corresponde un **único** elemento del codominio ($f(x)$)

Ejemplo: Si $c = f(2)$ entonces **2** es preimagen de **c** y **c** es imagen de **2**.

El **recorrido** es el conjunto de elementos de **B** que son imágenes de alguna preimagen. En este caso corresponde al conjunto $\{a, b, c\}$.

Composición de funciones

En palabras simples, consiste en evaluar en una función un número y el resultado evaluarlo en la segunda función.

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Sean $f(x) = x - 1$ y $g(x) = x + 3$


¿Cuánto es $(g \circ f)(10)$?

$$(g \circ f)(10) \Rightarrow g(f(10)) \Rightarrow g(9) = 12$$

PORCENTAJES

Cálculo De %

El $p\%$ de x es igual a...


$$\frac{p}{100} \cdot x$$

Ejemplo:

El 12% de 40 es...

$$\frac{12}{100} \cdot 40$$

Variaciones Porcentuales

Aumentar una cantidad x en su $p\%$

$$x \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \right)$$

Disminuir una cantidad x en su $p\%$

$$x \cdot \left(1 - \frac{p}{100} \right)$$

ECUACIÓN CUADRÁTICA

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Propiedad de raíces x_1 y x_2

Por ser de segundo grado tiene dos raíces/soluciones.

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} ; x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Discriminante $\Delta b^2 - 4ac$

El discriminante nos dice cómo son las soluciones.

- $\Delta > 0$ sol. reales y distintas.
- $\Delta = 0$ sol. reales e iguales.
- $\Delta < 0$ sol. no reales (complejas)

Para encontrar las raíces

- Factorización
- Fórmula general

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

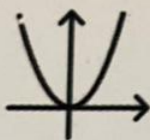
- Completación de cuadrado de binomio

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$ax^2 + bx + c = y$$

Concavidad

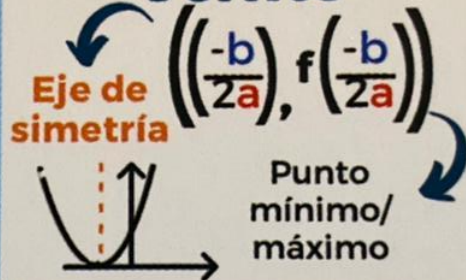
$a > 0$



$a < 0$



Vértice



Observación importante

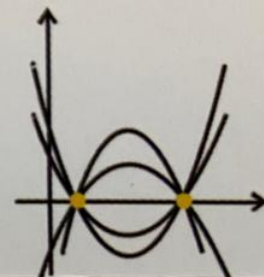
Hay infinitas parábolas que tienen las mismas raíces. La ecuación de una función dependerá entonces de un **tercer punto** que pertenezca a la parábola.

Intersección eje y



Intersección eje x

- $\Delta > 0$ corta en 2 puntos
- $\Delta = 0$ corta en un punto
- $\Delta < 0$ no corta el eje x



RECTAS

$$mx + n = y$$

$$ax + by + c = 0$$

Pendiente

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Distancia

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Punto medio

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Rectas

perpendiculares

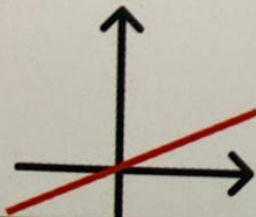
$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

paralelas

$$m_1 = m_2$$

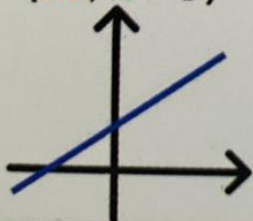
**Función
lineal**

$$y = mx \quad (m \neq 0)$$



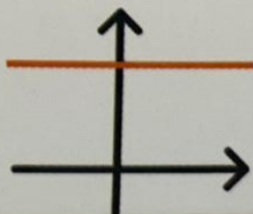
**Función
afín**

$$y = mx + n \\ (m, n \neq 0)$$



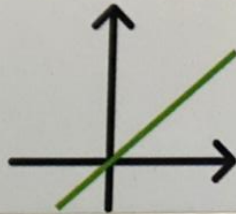
**Función
constante**

$$y = k$$



**Función
identidad**

$$y = x$$



ECUACIÓN DE LA RECTA

TIPS

Para sacar la ecuación de una recta necesitamos si o si 2 datos (o más). No podemos sabiendo sólo la pendiente o sólo un punto por donde pasa la recta.

Hay 2 formas de escribir la ecuación de una recta.

$$ax + by + c = 0$$

$$mx + n = y$$

En la mayoría de los ejercicios la escribirán de la forma 1, pero es recomendable siempre trabajar con la forma 2.

¿Por qué trabajar con la forma 2?

Porque la forma 2 nos dice la pendiente (m) y el coeficiente de posición (n), y eso nos permite ahorrar tiempo al no tener que calcular estos datos.

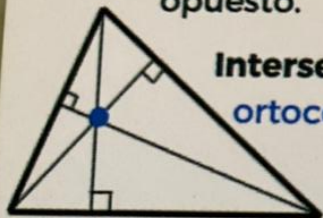
¿Cómo pasar de la forma 1 a la 2?

Solo hay que despejar Y. Cuidado que debe quedar SÓLO la Y a un lado, sin ningún número.

TRIÁNGULOS

Altura

Recta perpendicular desde un vértice al lado opuesto.



Intersección:
ortocentro

Bisectriz

Recta que divide un ángulo en dos iguales.



Intersección:
incentro

Simetral

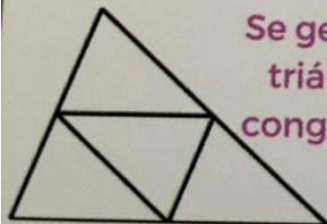
Recta perpendicular desde el punto medio de cada lado.



Intersección:
circuncentro

Mediana

Recta que une los puntos medios de cada lado.



Se generan 4
triángulos
congruentes.

Transversal de gravedad

Recta desde el punto medio al vértice opuesto.



Intersección:
centro de
gravedad, divide
la transversal en
razón 2:1

Importante

En un triángulo equilátero las alturas, bisectrices, simetrales y transversales de gravedad son todas la misma, y se intersectan en el mismo punto.

TRIÁNGULOS

Altura

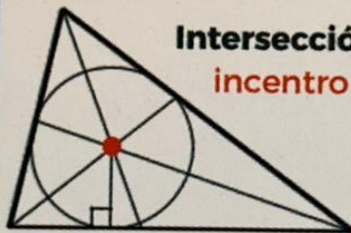
Recta perpendicular desde un vértice al lado opuesto.



Intersección:
ortocentro

Bisectriz

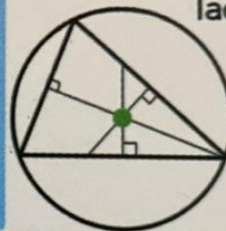
Recta que divide un ángulo en dos iguales.



Intersección:
incentro

Simetral

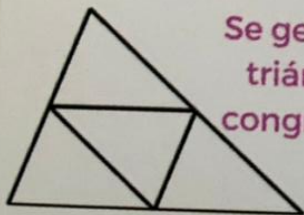
Recta perpendicular desde el punto medio de cada lado.



Intersección:
circuncentro

Mediana

Recta que une los puntos medios de cada lado.



Se generan 4 triángulos congruentes.

Transversal de gravedad

Recta desde el punto medio al vértice opuesto.



Intersección:
centro de gravedad, divide la transversal en razón 2:1

Importante

En un triángulo equilateral las alturas, bisectrices, simetrales y transversales de gravedad son todas la misma, y se intersectan en el mismo punto.

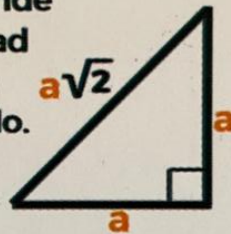
TRIÁNGULOS

Clasificación

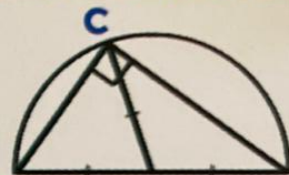
- **Equilátero:** Todos sus lados (ángulos) iguales.
- **Isósceles:** Sólo 2 lados (ángulos) iguales.
- **Escaleno:** Todos sus lados (ángulos) distintos.

Rectángulo isósceles

Corresponde a la mitad de un cuadrado.

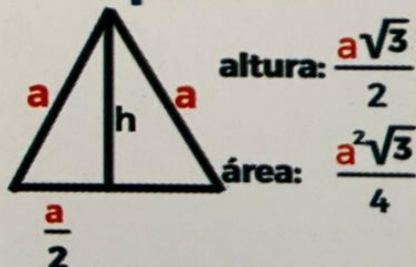


Inscripción en semicircunferencia



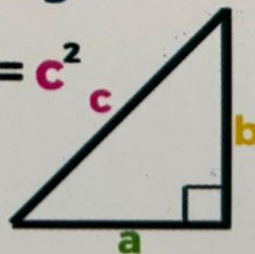
El radio trazado hasta el vértice **C** genera dos triángulos isósceles

Triángulo equilátero



Teorema de Pitágoras

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Propiedad de sus lados

- La diferencia positiva de dos lados es menor que el tercero.
- La suma de dos lados es mayor que el tercero.

ÁNGULOS

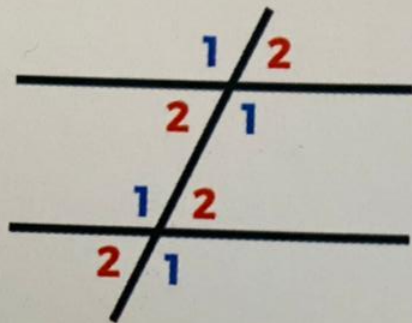
Clasificación

- **Agudos:** $0^\circ < \alpha < 90^\circ$
- **Rectos:** 90°
- **Obtuseos:** $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

Tipos

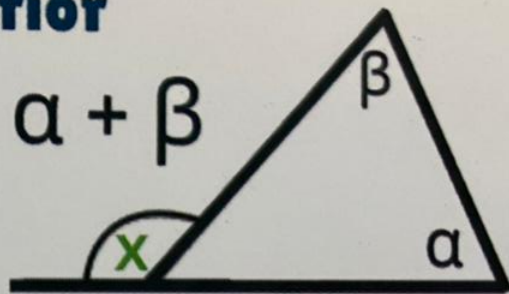
- **Complemento de α :** $90^\circ - \alpha$
- **Suplemento de α :** $180^\circ - \alpha$
- **Bisectriz:** divide un ángulo en dos iguales.

Entre paralelas



Teorema del ángulo exterior

$$x = \alpha + \beta$$



CRITERIOS DE...

Semejanza \sim

- **LLL:** Lados homólogos **proporcionales**.
- **LAL:** Un ángulo congruente comprendido entre dos lados **proporcionales**.
- **AA:** Dos ángulos congruentes.

Razones:

Lados: $a : b$

Perímetros: $a : b$

Áreas: $a^2 : b^2$



Congruencia \cong

- **LLL:** Lados homólogos **iguales**.
- **LAL:** Un ángulo congruente comprendido entre dos lados **homólogos iguales**.
- **ALA:** Dos ángulos homólogos iguales y el lado comprendido entre ellos es congruente.
- **LLA:** Dos lados homólogos iguales y el ángulo opuesto al lado mayor es congruente.

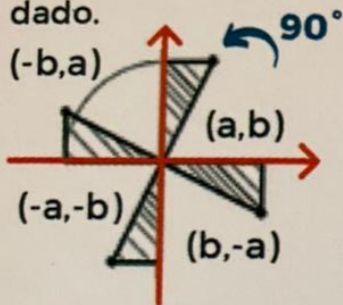


Áreas y
perímetros
iguales.

TRANS. ISOMÉTRICAS

Rotación

Giro de una figura en torno a un punto dado.

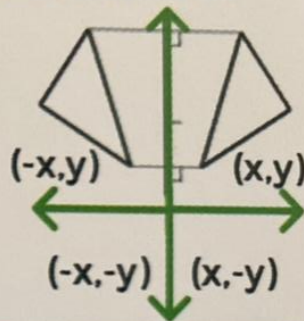


Rotar en 180°
(en torno al origen) =
multiplicar el punto por -1

Simetría axial

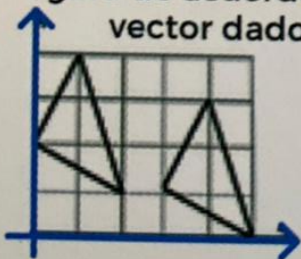
Refleja con un eje como si fuera un espejo.

Todos los polígonos **regulares** tienen simetría axial. La cantidad de ejes de simetría es la misma que sus lados



Traslación

Desplazamiento de una figura de acuerdo a un vector dado.



Simetría central

Equivale a una rotación en 180°



De los polígonos **regulares**, sólo los de lados **pares** tienen simetría central (Al girar el polígono en 180° , la figura queda igual).

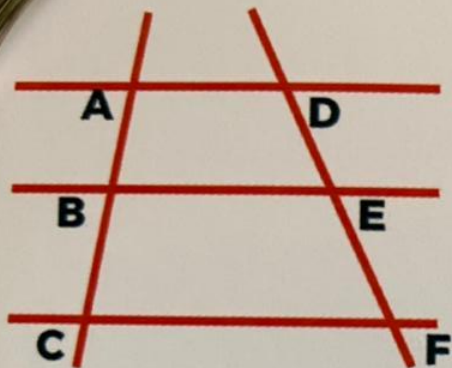
Simetría rotacional

Una figura tiene simetría rotacional si al girarla en un ángulo determinado en torno a un punto, la figura queda igual.



\sphericalangle rotación = 72°

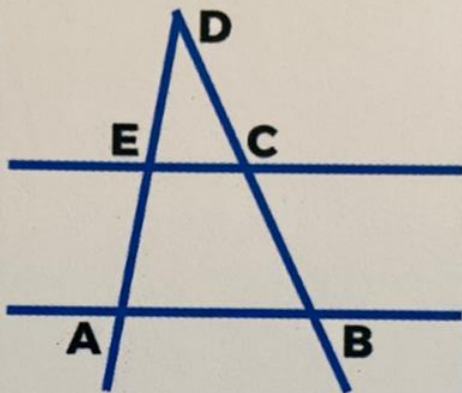
TEOREMA DE THALES



$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$$

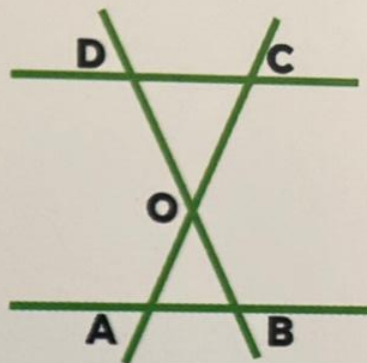
$$\frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF}$$



$$\frac{DE}{EC} = \frac{DA}{AB}$$

$$\frac{DE}{EA} = \frac{DC}{CB}$$

$$\frac{DE}{DA} = \frac{DC}{DB}$$



$$\frac{AB}{BO} = \frac{CD}{DO}$$

$$\frac{CO}{OA} = \frac{DO}{OB}$$

ESTADÍSTICA

Medidas de tendencia central

Media (promedio)

Suma de todos los valores dividido por el número de casos (n).

Mediana (valor central)

Dato que divide a la distribución en dos partes iguales. Depende de si los datos son pares o impares.

Moda

Dato de la variable con mayor frecuencia. Puede ser: amodal, unimodal o multimodal.



- En las tablas de frecuencias de **datos agrupados en intervalos** no hay media, mediana ni moda **exacta**. Para determinar la media utilizamos la marca de clase de cada intervalo y hablaremos sólo de "intervalo modal" e "intervalo donde se encuentra la mediana".
- Sólo los datos **cuantitativos** tienen media y mediana, los cualitativos no.

Medidas de dispersión

Rango

Diferencia entre el valor máximo y el mínimo de un conjunto de datos.

VECTORES



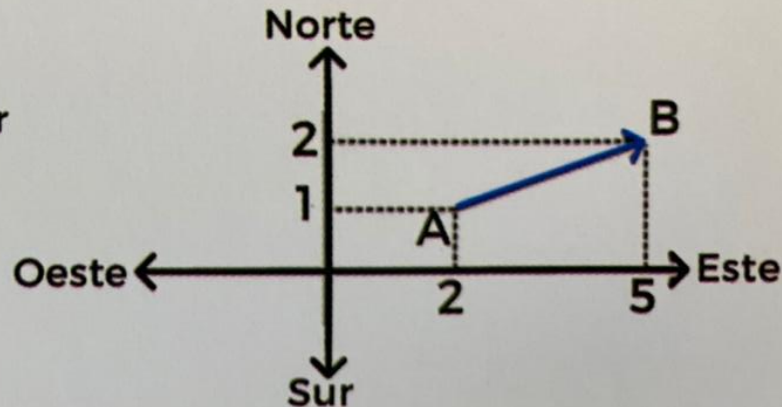
Es importante saber diferenciar un punto de un vector. En el ejemplo nos presentan dos **puntos** los cuales al restarlos nos dan la **coordenada del vector \vec{AB}** .

Coordenadas

Podemos saber las coordenadas del vector desplazamiento restando el punto final menos el inicial.

Ejemplo:

$$\vec{AB} = (5,2) - (2,1) = (5 - 2, 2 - 1) = (3,1)$$



CUADRILÁTEROS

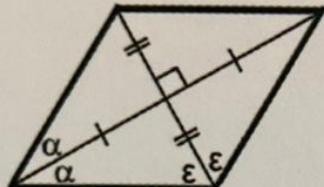
Paralelogramos (dos pares de lados paralelos)

↪ área = base • altura

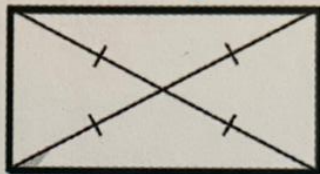
Cuadrado



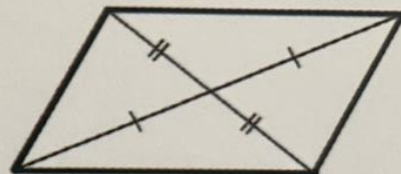
Rombo



Rectangulo

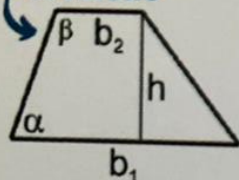


Romboide



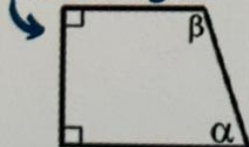
Trapecios (dos bases paralelas)

Escaleno



$$\text{área: } \frac{(b_1 + b_2)}{2} \cdot h$$

Rectángulo



$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Isósceles

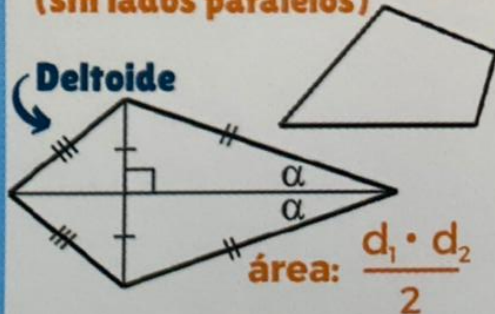


$$\text{mediana: } \frac{(b_1 + b_2)}{2}$$

Trapezoides (sin lados paralelos)

(sin lados paralelos)

Deltoide



$$\text{área: } \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

PROBABILIDADES

Probabilidad de un suceso = $\frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}}$

- Evento certero = 1
- Evento imposible = 0

Dos sucesos A y B cualquiera

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ej: al lanzar un dado, calcular la prob. que sea impar ó mayor que 4.

Dos sucesos independientes

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ej: si se lanza dos veces una moneda, ¿cuál es la prob. de obtener 2 caras?

Dos sucesos mutuamente excluyentes

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Ej: al lanzar un dado, calcular la prob. que sea 2 ó impar.

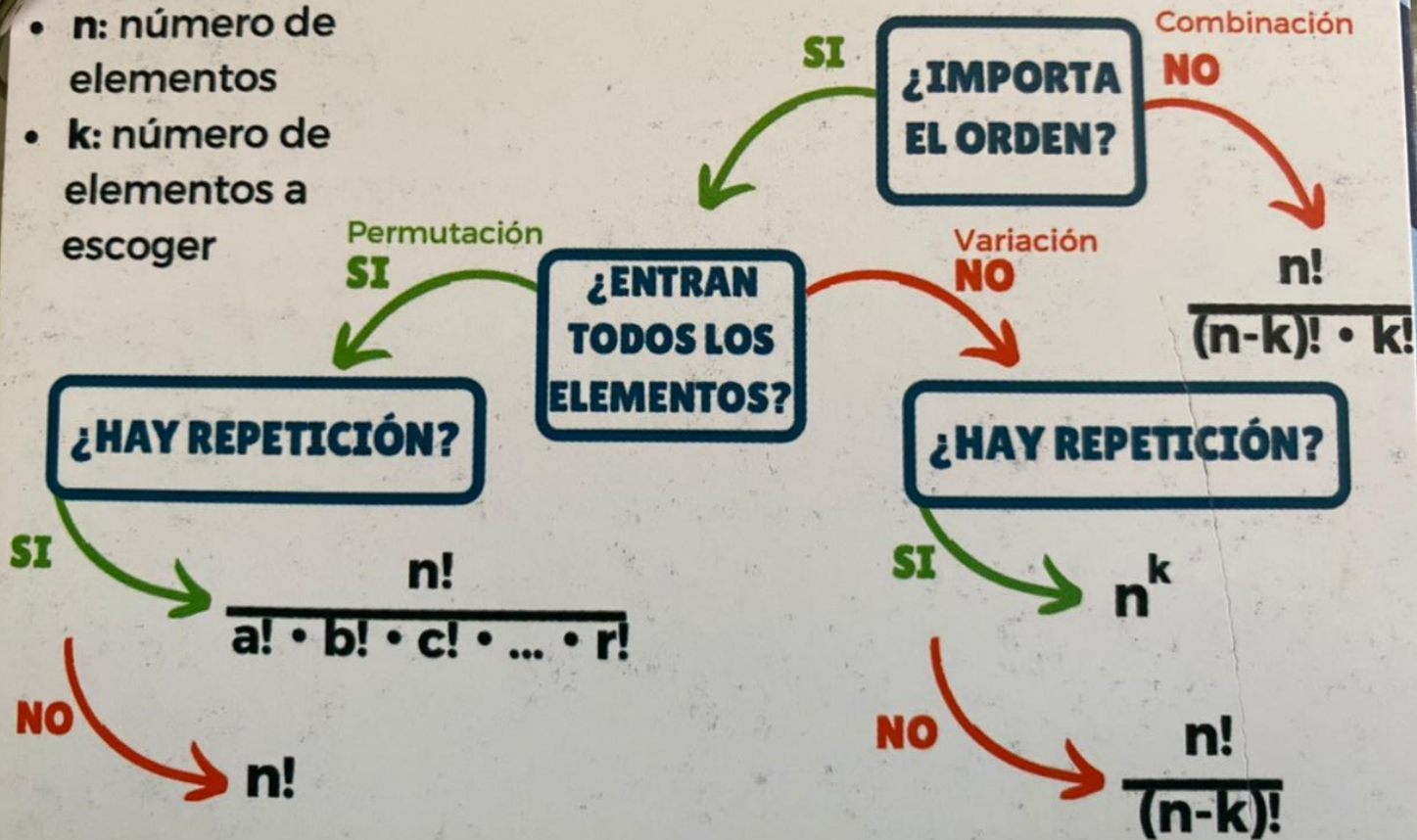
Prob. condicionada

$$P(B / A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

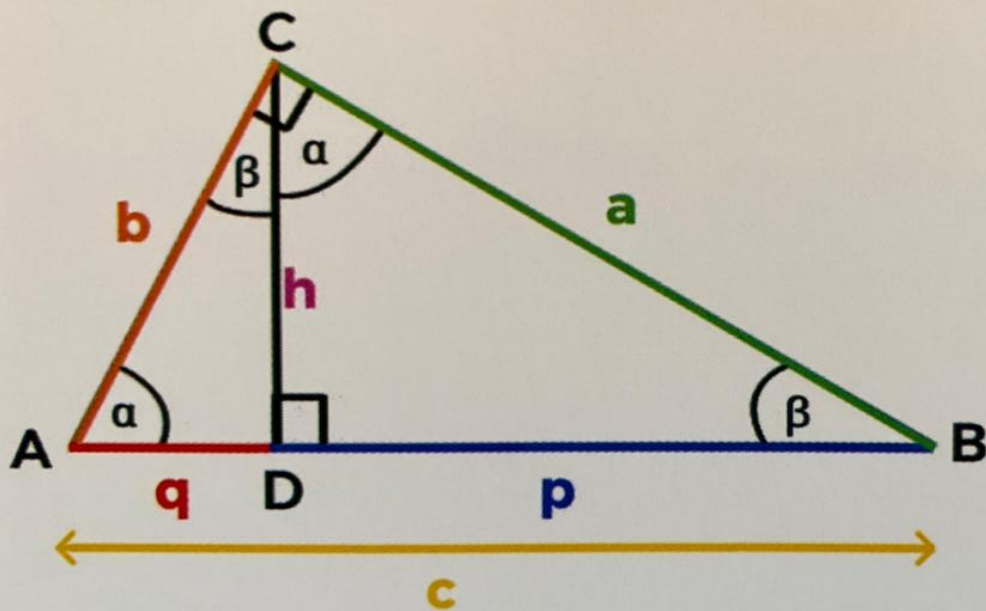
Ej: al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un 6, sabiendo que salió un número par?

COMBINATORIA

- n : número de elementos
- k : número de elementos a escoger



TEOREMA DE EUCLIDES



$$h = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$a^2 = p \cdot c$$

$$h^2 = p \cdot q$$

$$b^2 = q \cdot c$$

En el triángulo rectángulo ABC , los triángulos ADC , CDB y ACB son semejantes (criterio AA).

¡ÉXITO!



@MATEMAGIACL