



Taller 3 Módulo 2 Geometría IIIº medio

IVº Año Medio

Objetivos a evaluar:

- **AE 12:** Describir la homotecia de figuras planas mediante el producto de un vector y un escalar

Tiempo estimado: 90 minutos

Inicio

Analiza la siguiente situación:

Utilizando la pared como pantalla o fondo, se coloca un objeto cualquiera, en este caso nuestra un triángulo a n cm de distancia. Después, iluminamos nuestro triángulo con una linterna, tal como muestra el dibujo a m cm de distancia en línea recta, de tal forma que se proyecte la sombra del triángulo en la pared.



¿Cómo cambia la altura de la sombra si alejamos la linterna?

¿Cómo cambia la altura de la sombra si acercamos la linterna?

Desarrollo

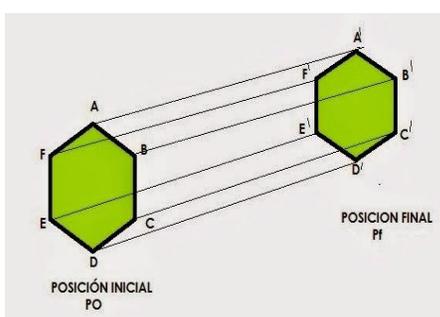
Homotecia

La homotecia corresponde a una transformación de un objeto que se produce a partir de un punto fijo y un vector que multiplica todas las distancias por un mismo factor.

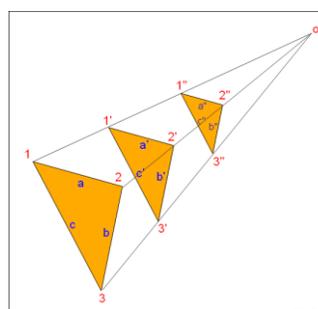
Actividad 1.

Determinar si las siguientes imágenes corresponden a una homotecia.

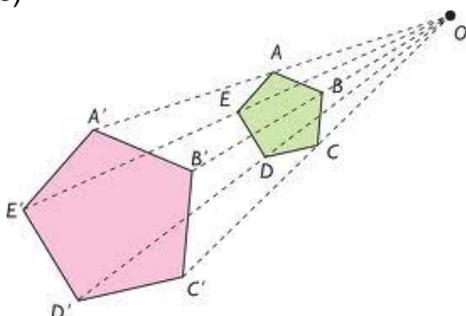
a)



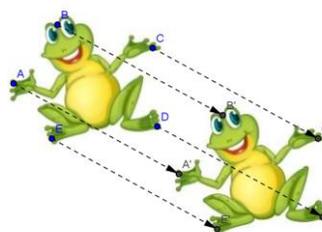
b)



c)



d)



Propiedades de una Homotecia

Una homotecia tiene dos propiedades importantes:

1) Punto fijo: correspondiente al punto de origen.

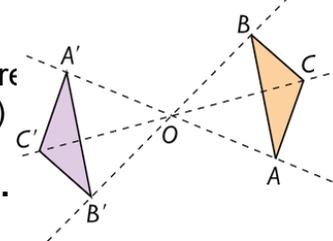
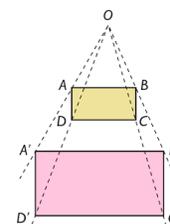
2) Razón de homotecia: $K = \frac{OA'}{OA}$

■ Si $K > 0$ corresponde a una Homotecia **directa o positiva**.
estas pueden estar entre:

$0 < k < 1$, donde la imagen resultante es menor a la original (pre-
 $k > 1$, la imagen resultante es mayor a la original (pre-imagen)

■ Si $K < 0$ corresponde a una homotecia **inversa o negativa**.
estas pueden estar entre:

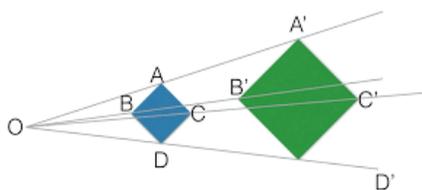
$-1 < k < 0$, donde la imagen resultante es menor a la original.
 $k < -1$, la imagen resultante es mayor a la original.



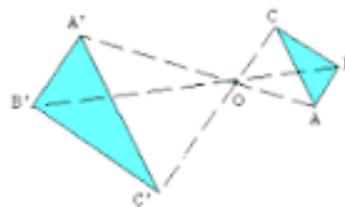
Actividad 2.

Identifica si las siguientes homotecias son directas o inversas. Además determina como es su razón de homotecia.

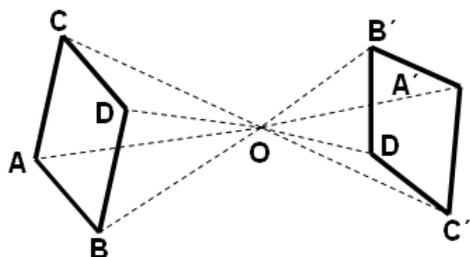
a)



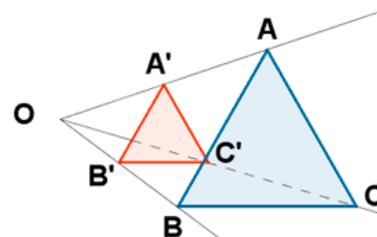
b)



c)



d)

**Construir Homotecias.**

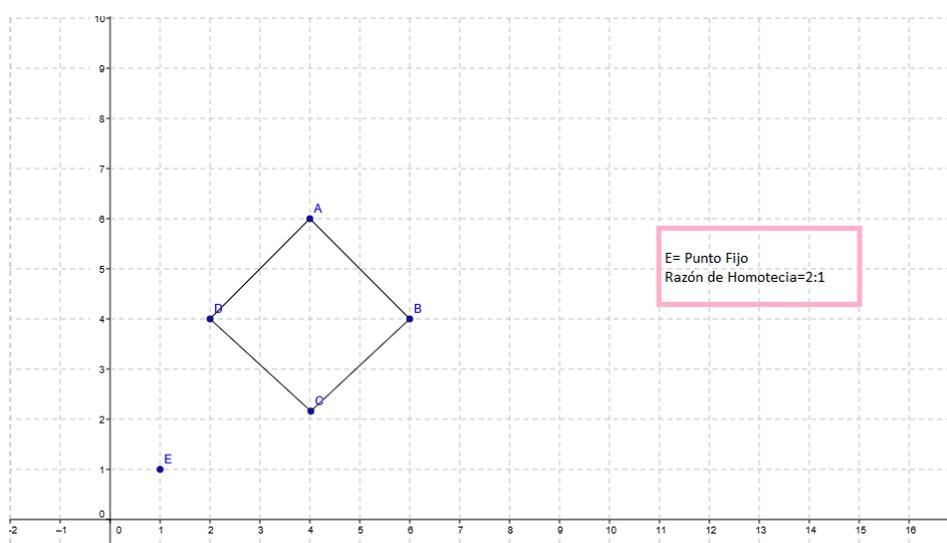
Para realizar una Homotecia a una figura, se debe conocer:

- Punto fijo.
- Razón de homotecia.

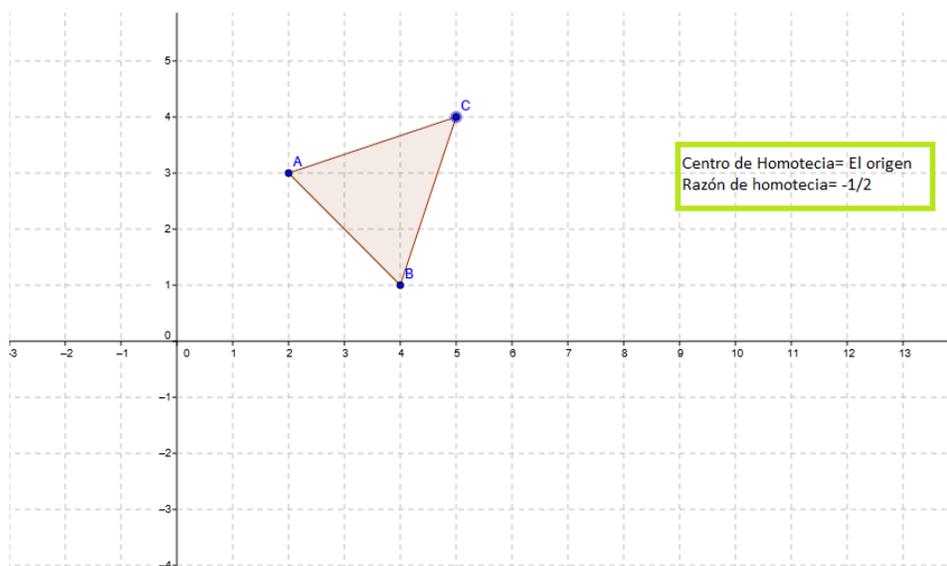
Actividad 3.

Construir una Homotecia a las siguientes figuras del plano cartesiano, de acuerdo a la razón dada.

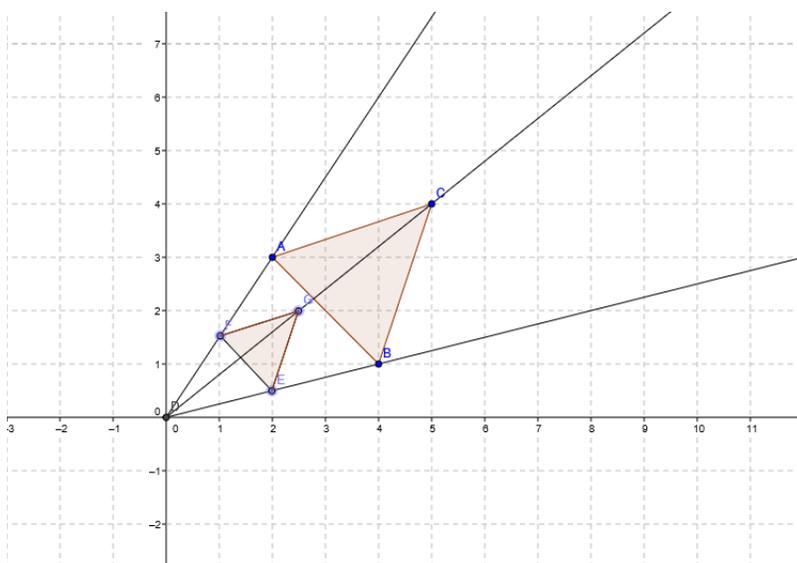
a)



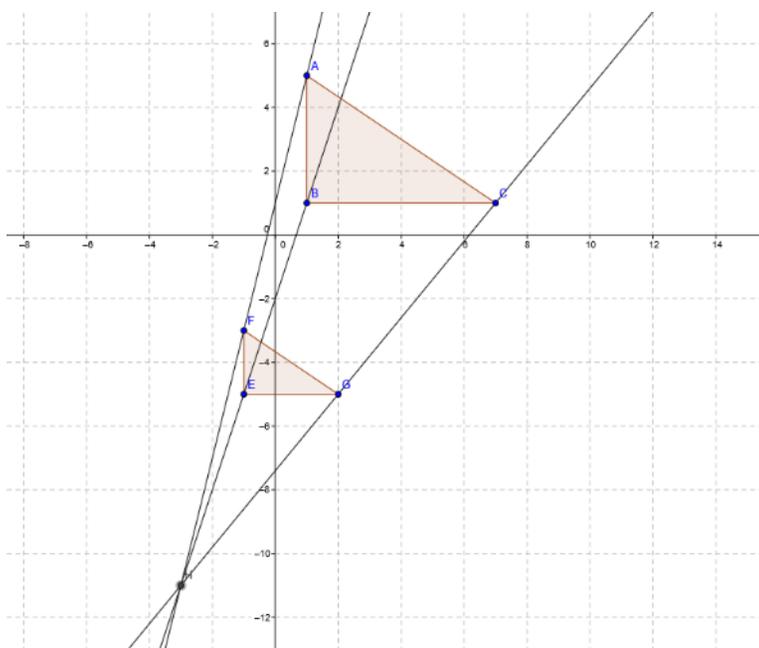
b)

**Actividad 4.**

La siguiente imagen representa un homotecia de razón $1/3$. ¿En qué razón se encuentran sus perímetros si el lado $AB=5\text{cm}$, $AC=6\text{cm}$ y $BC=6\text{cm}$?

**Actividad 5.**

Determina la razón en que se encuentran las áreas de estas dos figuras donde una es la homotética de la otra.



Actividad 6: Resuelve los siguientes ejercicios PSU

1. Si se coloca una ampolleta detrás de un vaso y se proyecta en la pared, estamos frente a una transformación llamada

- a) Isometría
- b) Traslación
- c) Homotecia
- d) Rotación
- e) Reflexión.

2. Para realiza una homotecia en necesario conocer:

- I. Punto centro.
- II. Razón de Homotecia
- III. plano cartesiano

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo I y II
- e) solo II y III

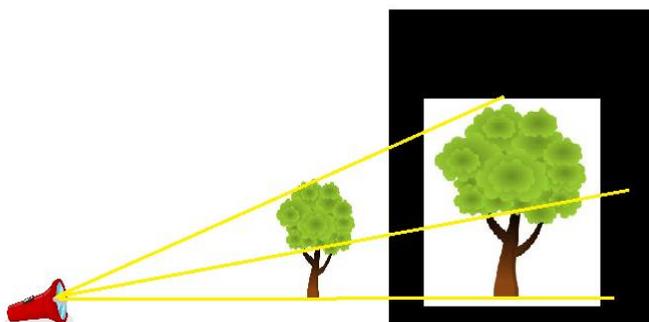
3. A un cuadrado de vértices $A(2,2)$; $B(2,-2)$; $C(-2,-2)$ y $D(-2,2)$ se le aplica una homotecia cuyo factor de homotecia (o razón de homotecia) es 3, con centro en el origen. Entonces es cierto que la figura resultante:

- I.) Es un cuadrado.
- II.) Es una ampliación de la original.
- III.) Contiene el vértice $A'(3,3)$

- a) I y II
- b) I y III
- c) II y III
- d) I, II, III
- e) Ninguna de las anteriores.

4. A la siguiente imagen ocurre cuando al alumbrar un árbol de 1,5 metros de altura, se ve su sombra en la pared continua a él, la cual mide 3 metros de altura. ¿Qué tipo de homotecia es la que ocurre en esta situación?

- a) Inversa
- b) Negativa
- c) Directa
- d) Isométrica
- e) Ninguna de las anteriores



5. Con respecto a la pregunta anterior, ¿En qué razón se encuentran los perímetros del árbol y su sombra?

- a) 2:1
- b) 3:1
- c) 1:2
- d) 1:3
- e) 3:2

Cierre

Respondan las siguientes preguntas:

¿Qué es una homotecia directa?

¿Qué necesitas saber para construir una homotecia?

¿Cómo es la razón entre el perímetro y las áreas de dos figuras homotéticas?

Evaluación Final

1. Al aplicar una homotecia a una figura geométrica, es verdadero que la relación que se puede obtener entre ambas figuras es de:

- I) semejanza.
- II) congruencia.
- III) equivalencia.

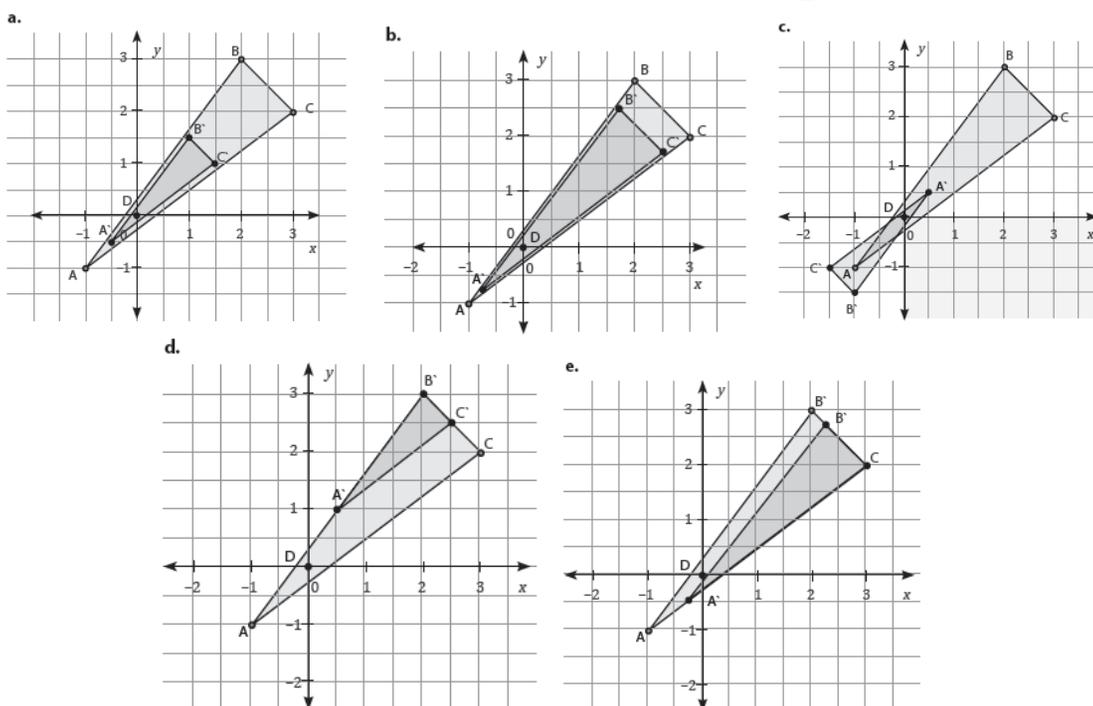
- A) Solo I.
- B) Solo II.
- C) I y II.
- D) I y III.
- E) I, II y III.

2. A un cuadrado de vértices $A(1,1)$; $B(1,-1)$; $C(-1,-1)$ y $D(-1,1)$ se le aplica una homotecia cuyo factor de homotecia (o razón de homotecia) es $\frac{1}{2}$, con centro en el origen. Entonces es cierto que la figura resultante:

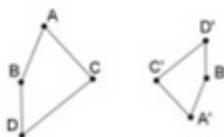
- I.) Es un cuadrado.
- II.) Es una ampliación de la original.
- III.) Contiene el vértice $A'(3,3)$

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) II y III
- D) I, II, III
- E) Ninguna de las anteriores.

3. El triángulo homotético del triángulo de vértices $(-1,-1)$; $(2, 3)$ y $(3, 2)$, al realizar una homotecia de centro en el origen y razón $\frac{1}{2}$ es:



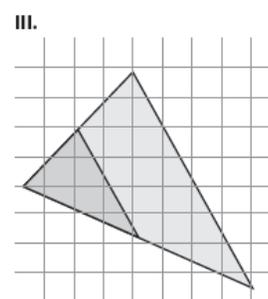
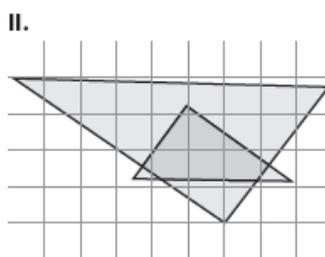
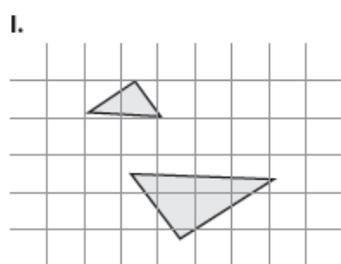
4. El polígono A'B'C'D' es la imagen por homotecia del polígono ABCD, en la figura dada.



¿En qué lugar se encuentra el centro de homotecia?

- A) A la izquierda del punto B
 B) a la derecha del punto B'
 C) entre C y C'
 D) Sobre el punto A
 E) bajo el punto A'

5. ¿Cuál o cuáles de las siguientes figuras representan una homotecia de razón negativa?



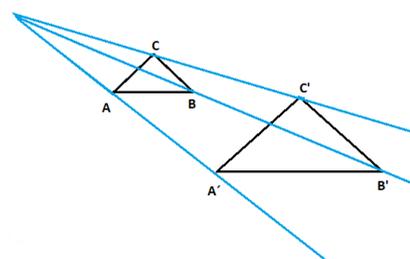
- A) Solo I
 B) Solo II
 C) Solo III
 D) I y II
 E) I y III

6. El extremo A de un trazo es el punto (4, 2). Si se le aplica una homotecia de razón 2 y de centro el punto (-1, 1), entonces, el punto homotético de A será el punto de coordenadas:

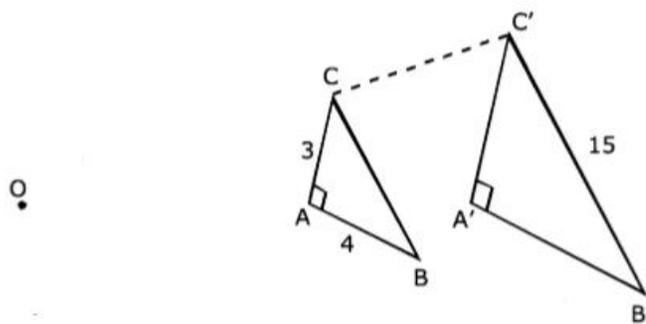
- A) (7, 3)
 B) (3, 9)
 C) (-9, -3)
 D) (11, -1)
 E) (-11, -1)

7. En la figura se observa una homotecia de factor 2,5. Si el perímetro del Triángulo A'B'C' es de 35 cm, ¿Cuál es el perímetro del triángulo ABC?

- A) 7 cm
 B) 14 cm
 C) 17,5 cm
 D) 87,5 cm
 E) 105 cm



8. En la figura, se muestra una homotecia positiva hecha al triángulo ABC



¿Cuál es la razón de homotecia (k)?

- A) 1:2
- B) 3:4
- C) 3:1
- D) 4:5
- E) 2:3