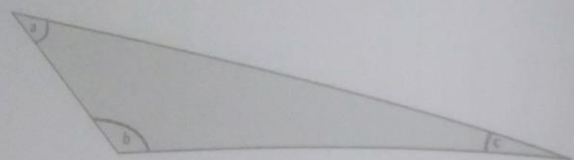
Clase 1

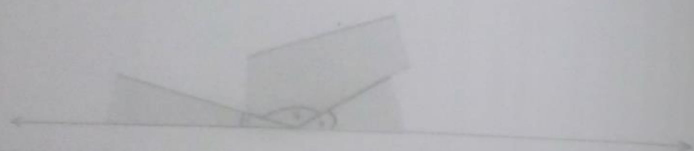
Ángulos en los polígonos

Recordemos

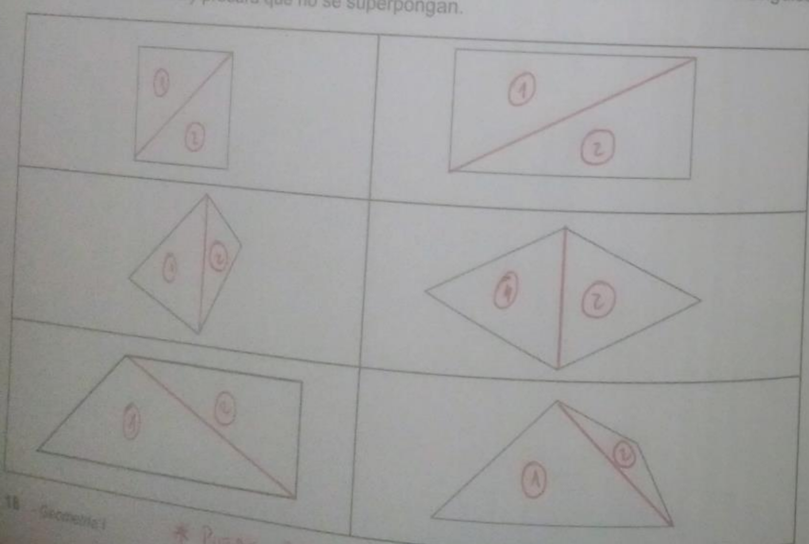
La suma de los ángulos interiores de un triangulo es 180°



Observemos qué sucede al cortar todos los ángulos y unirlos en una recta: el ángulo resultante es igual a 180° es por esto que la suma de los ángulos interiores de un triangulo tiene ese valor.



Actividad 1:
En los siguientes cuadriláteros, a partir de un mismo vértice traza la mínima cantidad de triángulos sobre los cuadriláteros y procura que no se superpongan.



* PUEDE SER OTRA DIAGONAL, NO NECESARIAMENTE LA QUE SE TRAZÓ

a) ¿Cuántos triángulos pudiste dibujar en cada cuadrilátero?

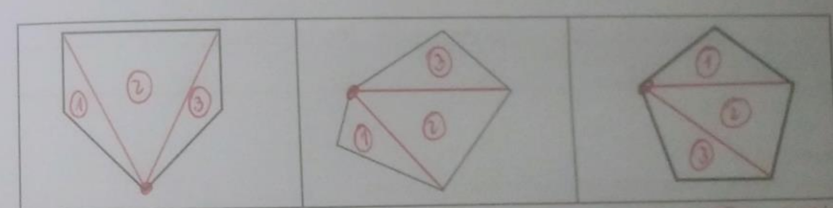
2 TRIÁNGULOS

b) Si cada triángulo dibujado tiene la misma suma de ángulos interiores, ¿cuánto es la suma de los ángulos interiores de cada uno de los cuadriláteros?

① 180° + ② 180° = 360°

Considerando lo realizado anteriormente, ahora trabajaremos con pentágonos.

Actividad 2:
En los siguientes pentágonos, a partir de un mismo vértice traza la mínima cantidad de triángulos sobre los pentágonos y procura que no se superpongan. Luego, responde las siguientes preguntas.



SE PUEDE ELEGIR CUALQUIER VÉRTICE.

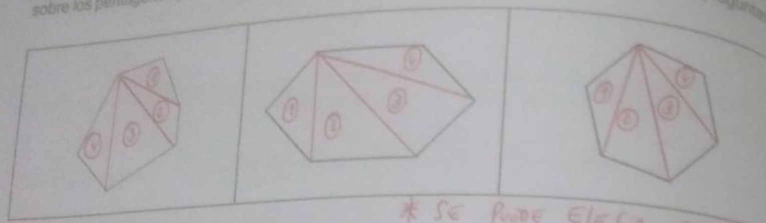
a) ¿Cuántos triángulos pudiste dibujar en cada pentágono?

3 TRIÁNGULOS

b) Si cada triángulo dibujado tiene la misma suma de ángulos interiores, ¿cuánto es la suma de los ángulos interiores de cada uno de los pentágonos?

① 180° + ② 180° + ③ 180° = 540°

Actividad 3:
En los siguientes hexágonos, a partir de un mismo vértice traza la mínima cantidad de triángulos sobre los pentágonos y procura que no se superpongan. Luego, responde las siguientes preguntas.



* SE PUEDE ELEGIR CUALQUIER VÉRTICE

a) ¿Cuántos triángulos pudiste dibujar en cada hexágono?

4 TRIÁNGULOS

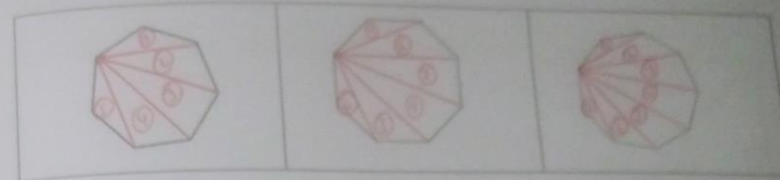
b) Si cada triángulo dibujado tiene la misma suma de ángulos interiores, ¿cuánto es la suma de los ángulos interiores de cada uno de los hexágonos?

① $180° +$ ② $180° +$ ③ $180° +$ ④ $180° = 720°$

Actividad 4:
Completa la siguiente tabla con la información solicitada.

Polígono	Cantidad ángulos interiores del polígono	Cantidad de triángulos trazados en el polígono	Suma ángulos interiores
Cuadrilátero	4	2	360°
Pentágono	5	3	540°
Hexágono	6	4	720°
Heptágono	7	5	900°
Octógono	8	6	1080°
Nonágono	9	7	1260°

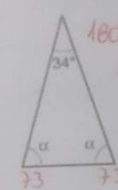
Para completar los polígonos de 7, 8 y 9 lados, traza triángulos a partir de un vértice.



Actividad 5:
Para hallar la medida los ángulos faltantes primero realiza el calculo de la suma de los ángulos interiores. Utilizando ese cálculo, halla la media del ángulo α (alfa).

a)

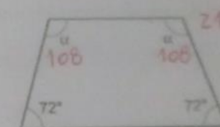
$180° - 34° = 146°$
$146 : 2 = 73$



73°

b)

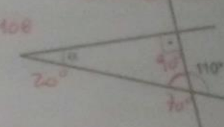
$360° - (72 + 72) =$
$360 - 144 = 216$
$216 : 2 = 108$



108°

c)

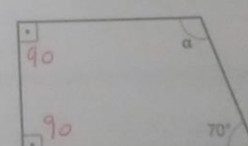
$180° - (90 + 70)$
$180 - 160 = 20°$



20°

Actividad 6:
Halla el valor del ángulo α en cada uno de estos casos:

a)

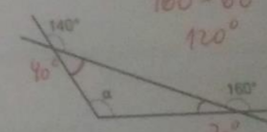


$360 - (90 + 90 + 70) = 360 - 250 = 110°$

110°

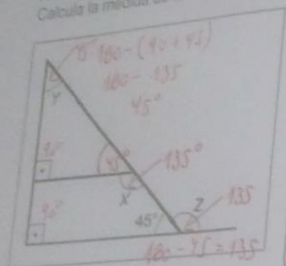
b)

$180 - (40 + 20)$
$180 - 60$
$120°$



120°

Actividad 7:
Calcula la medida de los ángulos desconocidos:



Realiza aquí tus cálculos:

$X = 135°$ $Z = 135°$
$Y = 45°$

Calculando ángulos interiores

Anteriormente, ya vimos la forma de calcular ángulos interiores de un polígono. Para comprender la fórmula, entenderemos siempre que **n es la cantidad de lados del polígono.**

$(n-2)\cdot 180$ = **suma de ángulos interiores del polígono.**

¿Cómo saber la cantidad de lados del polígono si conocemos la suma de sus ángulos interiores?
Entonces:

$$\left(\frac{\text{suma de angulos interiores}}{180}\right) + 2 = n$$

Aplicando a polígonos regulares:
Recordemos que un polígono regular es aquel que tiene todos sus lados de igual medida.

Para calcular la medida de cada ángulo interior de un polígono regular:

$$\frac{(n-2)\cdot 180}{n} = \text{medida de cada ángulo interior}$$

Para calcular la cantidad de lados de un polígono regular, conociendo el valor de uno de sus ángulos interiores:

$$n = \frac{360}{180 - \text{valor angulo interior}}$$

Actividad 8:
Resuelve los siguientes problemas:

a. ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un polígono de 32 lados?

$(m-2)\cdot 180 = (32-2)\cdot 180 = 30\cdot 180 = 5400°$

$\boxed{\text{R- Suman } 5400°}$

b. Si la suma de las medidas de los ángulos interiores de un polígono es de 7 200°. ¿Cuántos lados tiene este?

$(m-2)\cdot 180 = 7200$
$m-2 = 7200 \div 180$
$m-2 = 40$
$m = 40+2$ $m = 42$

$\boxed{\text{R- 42 lados}}$

c. ¿Cuánto mide el ángulo interior de un polígono regular de 45 lados?

$\frac{(m-2)\cdot 180}{m} \longrightarrow \frac{(45-2)\cdot 180}{45} = \frac{43\cdot 180}{45} = \frac{7740}{45}$

$= 172°$ $\boxed{\text{R- } 172°}$

d. Si un ángulo interior de un polígono regular mide 108°. ¿Cuántos lados tiene este polígono?

$\frac{(m-2)\cdot 180}{m} = 108$
$(m-2)\cdot 180 = 108m$
$180m - 360 = 108m$
$72m = 360$
$m = \frac{360}{72}$
$m = 5$

R- Tiene 5 lados

Calculando ángulos exteriores

Para calcular la suma de los ángulos exteriores debemos conocer lo siguiente:
- Ángulo interior + ángulo exterior adyacente = 180°
- Suma de ángulos exteriores = 360°

En un polígono regular:
Valor de cada ángulo exterior conociendo cantidad de lados:
- **360° : n = medida de ángulo exterior**

Cantidad de lados conociendo valor de cada ángulo exterior:
- **360° : medida de ángulo exterior = n**

Actividad 10:
Resuelve los siguientes problemas:

a. ¿Cuánto mide cada ángulo exterior de un polígono regular de 15 lados?

$\frac{360}{15} = 24°$

$\boxed{\text{R.- } 24°}$

b. Si cada ángulo exterior de un polígono regular mide 30°. ¿Cuántos lados tiene este polígono?

$\frac{360}{30°} = 12$

$\boxed{\text{R.- 12 lados}}$

Entonces podemos resumir lo realizado anteriormente así:
- La suma de todos los ángulos interiores de un triángulo es 180°
- La suma de los ángulos interiores de cualquier cuadrilátero es 360°
- Se puede calcular el valor de la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono de esta forma:

$$(n - 2) \cdot 180°$$

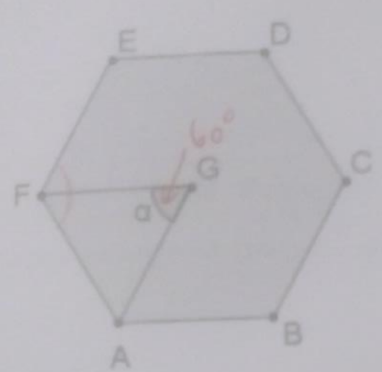
(donde n es igual a la cantidad de lados del polígono)

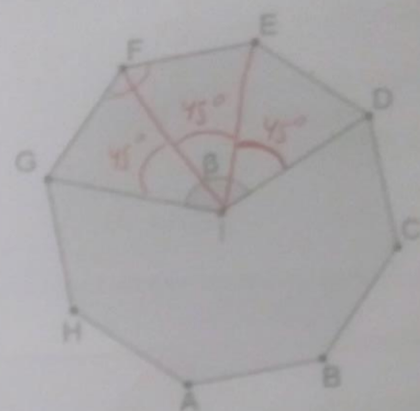
Clase 2 y 3

Ángulo del centro en un polígono regular

Recuerda:
- El valor del ángulo central en un polígono regular se puede calcular de la siguiente forma $\alpha = \frac{360°}{n}$, donde n es la cantidad de lados que tiene el polígono.

Actividad 1:
Halla el valor de α y β en los siguientes polígonos regulares:





$\frac{360°}{6} \Rightarrow \alpha = 60°$

$\frac{360°}{8} = 45°$ $\beta = 45° + 45° + 45°$

$\beta = 135°$

Actividad 2:
Escoge la opción correcta:

a. El ángulo central de un polígono regular siempre es:

X divisor de 360°

___ divisible de 360°

___ múltiplo de 360°

b. El ángulo central y el ángulo interior de un polígono regular son...

___ ángulos complementarios.

___ ángulos adyacentes.

X ángulos suplementarios. ⟶ Suman 180°

c. El ángulo central de un octógono es...

___ 22°

___ 40°

_X_ 45°

$\frac{360}{8} = 45°$

d. Un polígono regular cuyo ángulo central es de 15° tiene...

_X_ 24 lados

___ 12 lados

___ 48 lados

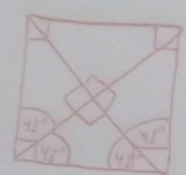
$\frac{360}{15} = 24$

e. El..... es el único polígono regular cuyo ángulo central y ángulo interior miden lo mismo.

_X_ cuadrado

___ pentágono

___ octágono



Actividad 3:
El ángulo central de un polígono regular mide 40°. Calcula cuántos lados tiene dicho polígono y escribe el nombre de dicho polígono regular.

$\frac{360}{40°} = 9$

a. Tiene $\boxed{9}$ lados, por lo que se trata de un $\boxed{\text{nonágono}}$ regular.

b. ¿Cuánto mide el ángulo interior de dicho polígono? $\boxed{140°}$

$$\frac{(n-2)\cdot 180°}{n} = \frac{(9-2)\cdot 180}{9} = \frac{7\cdot 180}{9} = \frac{1260}{9}$$

$$= 140°$$

Actividad 4:
Sabiendo que el ángulo interior de un polígono regular es de 90°, calcula el ángulo central de dicho polígono.

a. El ángulo central mide $\boxed{90°}$

b. Por tanto este polígono es un $\boxed{\text{cuadrado}}$

Actividad 5:
Calcula el ángulo central y el ángulo interior de los siguientes polígonos regulares:

Decágono:

$n = 10$

Ángulo central:

$\frac{360}{10} = 36°$

Ángulo interior:

$\frac{(10-2)\cdot 180}{10} = \frac{8\cdot 180}{10} = 144°$

Dodecágono:

$n = 12$

Ángulo central:

$\frac{360}{12} = 30°$

Ángulo interior:

$\frac{(12-2)\cdot 180}{12} = \frac{10\cdot 180}{12} = 150°$

hexágono:

$n = 6$

Ángulo central:

$\frac{360}{6} = \frac{360}{6} = 60°$

Ángulo interior:

$\frac{(6-2)\cdot 180}{6} = \frac{4\cdot 180}{6} = 120°$

Polígono de 15 lados:

$n = 15$

Ángulo central:

$\frac{360}{15} = 24°$

Ángulo interior:

$\frac{(15-2)\cdot 180}{15} = \frac{13\cdot 180}{15} = 156°$