NÚMEROS NATURALES Y CARDINALES (IN, IN_0)

Los elementos del conjunto **IN** = {1, 2, 3, …} se denominan **“números naturales”.**

Si a este conjunto le unimos el conjunto formado por el cero, obtenemos:

IN_0 = {0, 1, 2, …}   llamado “conjunto de los **números cardinales**”.

NÚMEROS ENTEROS (Z)

Los elementos del conjunto **Z** = { …, -3, -2, -1, 0, 1, 2, …} se denominan **“números enteros”**

Algunos subconjuntos de **Z** son:

$\mathbf{Z}^+$ = {1, 2, 3, …} enteros positivos $\mathbf{Z}_0^+$ = {0, 1, 2, … } enteros no negativos

$\mathbf{Z}^-$ = {-1, -2, -3, …} enteros negativos $\mathbf{Z}_0^-$ = {0, -1, -2, -3, …} enteros no positivos

$$\boxed{Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+}$$

1. Son **cuadrados perfectos** los enteros: 1, 4, 9, 16, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, …

2. Son **cubos perfectos** los enteros: 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, … y también: -1, -8, -27, -64, -125, -216, -343, …

MÚLTIPLO Y DIVISOR

En la expresión **a = b · c** en que **a**, **b** y **c** son números enteros, **a** es múltiplo de **b** y de **c** o bien **b** y **c** son divisores o factores de **a**.

REGLAS DE DIVISIBILIDAD

Un número entero es divisible:

Por	**Cuando**
2	Termina en cifra par.
3	La suma de sus cifras es múltiplo de tres.
4	Las dos últimas cifras forman un número múltiplo de cuatro o bien son Ceros.
5	La última cifra es cero o cinco.
6	Es divisible por dos y por tres a la vez.
8	Las tres últimas cifras forman un número múltiplo de ocho o bien son Ceros.
9	La suma de sus cifras es múltiplo de nueve.
10	Termina en cero.

NÚMEROS PRIMOS, COMPUESTOS Y DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES

Números primos: Son aquellos enteros positivos que tienen sólo dos divisores distintos.

Los primeros números primos son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, …

Números compuestos: Son todos los enteros positivos mayores que uno que no son primos.

Los primeros números compuestos son: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, …

NOTA:
-El número 1 no es primo ni compuesto
-El número 0 es par

TEOREMA FUNDAMENTAL

Todo número compuesto se puede expresar de manera única como el producto de factores de números primos

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (M.C.M.)

Es el menor múltiplo común positivo de dos o más enteros.

MÁXIMO COMÚN DIVISOR (M.C.D.)

Es el mayor divisor común entre dos o más enteros.

CÁLCULO DEL M.C.M. y M.C.D MEDIANTE DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS

Se descomponen los números en factores primos:

1. El **M.C.M**. se obtiene como producto de todos los factores primos. En el caso de existir factores primos comunes se considera aquel que posea el exponente mayor.

2. El **M.C.D**. se obtiene como producto de los factores primos comunes considerando aquel que posea el exponente menor.

OPERATORIA EN Z

ADICIÓN

i) Al sumar números de igual signo, se suman los valores absolutos de ellos conservando el signo común.

ii) Al sumar dos números de distinto signo, al de mayor valor absoluto se le resta el de menor valor absoluto y al resultado se le agrega el signo del mayor valor absoluto.

MULTIPLICACIÓN

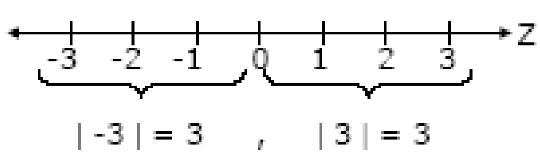
i) Si se multiplican dos números de igual signo al resultado es siempre positivo.

ii) Si se multiplican dos números de distinto signo el resultado es siempre negativo.

OBSERVACIÓN: La división cumple con las reglas de signos de la multiplicación.

VALOR ABSOLUTO

Es la distancia que existe entre un número y el 0



DEFINICIÓN: $\begin{cases} n, & \text{si } n \geq 0 \\ -n & \text{si } n < 0 \end{cases}$

ALGORITMO DE LA DIVISIÓN

Si D: d = c, entonces **D = d · c + r**
r //

D = dividendo
d = divisor
c = cuociente o cociente
r = resto

OBSERVACIONES:

1) $0 \leq r < d$

2) La división por cero no está definida.

PRIORIDAD DE LAS OPERACIONES

Al realizar distintas operaciones a la vez, se debe respetar el siguiente orden:

1. Resolver los paréntesis.
2. Realizar las potencias.
3. Realizar multiplicaciones y/o divisiones de izquierda a derecha.
4. Realizar adiciones y/o sustracciones de izquierda a derecha.

RELACIÓN DE ORDEN EN Z

Si **a** y **b** son números enteros, entonces diremos que:

i) $a > b$ si y sólo si $(a - b)$ es un entero positivo.

ii) $a < b$ si y sólo si $(a - b)$ es un entero negativo.

iii) $a \geq b$ si y sólo si $(a > b)$ o $(a = b)$; (no ambos a la vez).

iv) $a \leq b$ si y sólo si $(a < b)$ o $(a = b)$; (no ambos a la vez).

- **DEFINICIONES:**

Sea n un número entero, entonces:

i) El sucesor de n es (n + 1).

ii) El antecesor de n es (n – 1).

iii) El entero 2n es siempre par.

iv) El entero (2n – 1) es siempre impar.

v) El entero (2n + 1) es siempre impar.

vi) Son pares consecutivos 2n y 2n + 2.

vii) Son impares consecutivos 2n + 1 y 2n + 3.

viii) El cuadrado perfecto de n es n^2.

Ejercicios

1. Si **a** es un número de dos dígitos, en que el dígito de las decenas es **m** y el de las unidades es **n**, entonces **a + 1** =

A) m + n + 1
B) 10m + n + 1
C) 100m + n + 1
D) 100m + 10n + 1
E) 10(m + 1) + n

2. Se define $a \lozenge b = a^b + b$ y a # b = 2a - 4b, para a y b números enteros, el valor de $(2 \lozenge 5)$ # (-2) es:

A) 82
B) 66
C) 60
D) 38
E) 22

3. ¿De cuántas formas distintas se puede pagar, en forma exacta, una cuenta de $ 12.000 usando billetes de $ 10.000 0 $ 5.000 o $ 1.000 o combinaciones de ellos?

A) De 1 forma
B) De 2 formas
C) De 4 formas
D) De 3 formas
E) De 6 formas

4. Si hoy es miércoles, ¿qué día de la semana será en 100 días más, a partir de hoy?

A) Viernes
B) Sábado
C) Lunes
D) Miércoles
E) Jueves

5. Si tuviera \$80 más de los que tengo podría comprar exactamente 4 pasteles de \$ 240 cada uno, ¿cuánto dinero me falta si quiero comprar 6 chocolates de \$ 180 cada uno?

A) \$280
B) \$200
C) \$120
D) \$100
E) \$ 40

6. El precio de los artículos M, N y T son \$(n-1), \$(n-2) y \$(n -3), respectivamente. ¿Cuántos pesos se deben pagar por un artículo M, dos artículos N y tres artículos T?

A) 6n - 14
B) 6n – 6
C) 5n – 14
D) 3n – 14
E) 3n - 6

7. Una prueba tiene 40 preguntas. El puntaje corregido se calcula de la siguiente manera: “Cada 3 malas se descuenta 1 buena y 3 omitidas equivalen a 1 mala”. ¿Cuál es el puntaje corregido si un estudiante obtuvo 15 malas y 9 omitidas?

A) 8
B) 6
C) 9
D) 10
E) Ninguna de las anteriores

8. Si 16(n + 8) = 16, entonces n - 5 es igual a

A) -12
B) -7
C) -2
D) 4
E) 12

Soluciones:

1) B 2) A 3) C 4) A 5) B 6) A 7) D 8) A

NÚMEROS RACIONALES

Los números racionales son todos aquellos números de la forma $\frac{a}{b}$ con a y b números enteros y b distinto de cero. El conjunto de los números racionales se representa por la letra Q.

$$\boxed{Q = \left\{ \frac{a}{b} \;/\; a, b \in Z \;\; y \;\; b \neq 0 \right\}}$$

IGUALDAD ENTRE NÚMEROS RACIONALES

$$\boxed{\text{Sean } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q. \text{ Entonces, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c}$$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Si $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ $\in$Q, entonces:

$$\boxed{\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}}$$

OBSERVACIONES

1. El inverso aditivo (u opuesto) de $\frac{a}{b}$ es $-\frac{a}{b}$, el cual se puede escribir también como $\frac{-a}{b}$ o $\frac{a}{-b}$

2. El número mixto $A\frac{b}{c}$ se transforma a fracción con la siguiente fórmula:

$$\boxed{A\frac{b}{c} = \frac{A \times c + b}{c}}$$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Si $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q$, entonces:

MULTIPLICACIÓN

$$\boxed{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}}$$

DIVISIÓN

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}, \quad c \neq 0}$$

OBSERVACIÓN

El inverso multiplicativo (o recíproco) de $\frac{a}{b}$ es $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$, con $a \neq 0$

RELACIÓN DE ORDEN EN Q

$$\boxed{\text{Sean } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q \text{ y } b, d \in Z^{+}. \text{ Entonces: } \frac{a}{b} \geq \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad \geq bc}$$

OBSERVACIONES

1. Para comparar números racionales, también se pueden utilizar los siguientes procedimientos:

a) igualar numeradores.
b) igualar denominadores.
c) convertir a número decimal.

2. Entre dos números racionales cualesquiera hay infinitos números racionales.

NÚMEROS DECIMALES

Al efectuar la división entre el numerador y el denominador de una fracción, se obtiene un desarrollo decimal, el cuál puede ser finito, infinito periódico o infinito semiperiodico.

a) **Desarrollo decimal finito**: Son aquellos que tienen una cantidad limitada de cifras decimales.

Ejemplo: 0,425 tiene 3 cifras decimales

b) **Desarrollo decimal infinito periódico**: Son aquellos que están formados por la parte entera y el período.
Ejemplo: 0,444.... = $0,\overline{4}$

c) **Desarrollo decimal infinito semiperiódico**: Son aquellos que están formados por la parte entera, un anteperíodo y el período.
Ejemplo: 24,42323 ... = $24,4\overline{23}$

OPERATORIA CON NÚMEROS DECIMALES

1. Adición o sustracción de números decimales: Para sumar o restar números decimales se ubican las cantidades enteras bajo las enteras, las comas bajo las comas, la parte decimal bajo la decimal y a continuación se realiza la operatoria respectiva.

Así por ejemplo: 0,19
3,81
\+ 22,2
26,20

2. Multiplicación de números decimales: Para multiplicar dos o más números decimales, se multiplican como si fueran números enteros, ubicando la coma en el resultado final, de derecha a izquierda, tantos lugares decimales como decimales tengan los números en conjunto.

Así por ejemplo: 3,21 · 2,3
963
642
7,383

3. División de números decimales: Para dividir números decimales, se puede transformar el dividendo y el divisor en números enteros amplificando por una potencia en base 10.

Así por ejemplo: 2,24: 1,2 se amplifica por 100
224: 120 y se dividen como números enteros

TRANSFORMACIÓN DE DECIMAL A FRACCIÓN

1. Decimal finito: Se escribe en el numerador todos los dígitos que forman el número decimal y en el denominador una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales tenga dicho número.

Por ejemplo: $3{,}24 = \frac{324}{100}$

2. Decimal infinito periódico: Se escribe en el numerador la diferencia entre el número decimal completo (sin considerar la coma) y el número formado por todas las cifras que anteceden al período y en el denominador tantos nueves como cifras tenga el período.

Por ejemplo: $2,\overline{15} = \frac{215-2}{99}$

3. Decimal infinito semiperiódico: Se escribe en el numerador la diferencia entre el número completo (sin considerar la coma) y el número formado por todas las cifras que anteceden al período y en el denominador se escriben tantos nueves como cifras tenga el período, seguido de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo.

Por ejemplo: $5{,}3\overline{4} = \frac{534-53}{90}$

Ejercicios

1.

$$5 \cdot \left(\frac{0{,}05}{0{,}5} \right)$$

A) 0,5
B) 0,05
C) 0,005
D) 50
E) 500

2. El orden de los números $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{5}{6}$ y $c = \frac{3}{8}$ de menor a mayor es

A) $a < b < c$
B) $b < c < a$
C) $b < a < c$
D) $c < a < b$
E) $c < b < a$

3. $\frac{9}{8} - \frac{3}{5} =$

A) 0,15
B) 0,5
C) 0,52
D) 0,525
E) 2

4. Si a $\frac{5}{6}$ se le resta $\frac{1}{3}$ resulta:

A) $-\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{4}{3}$

E) $\frac{2}{9}$

5. $\dfrac{1}{\dfrac{3}{8}-0{,}75}+\dfrac{1}{\dfrac{3}{8}-0{,}25}$

A) $\dfrac{15}{3}$

B) $\dfrac{16}{3}$

C) $-\dfrac{16}{3}$

D) 4

E) $\dfrac{8}{3}$

6. $\dfrac{\dfrac{50}{100}+0{,}5}{(0{,}5)\cdot 2} =$

A) 10
B) 1
C) 0,1
D) 0,25
E) 0,75

7. Se mezclan 2 litros de un licor P con 3 litros de un licor Q. Si 6 litros del licor P valen \$ a y 9 litros del licor Q valen \$ b, ¿cuál es el precio de los 5 litros de mezcla?

A) $\$\,\dfrac{a+b}{3}$

B) $\$\,\dfrac{a+b}{5}$

C) $\$(2a+3b)$

D) $\$\,\dfrac{3a+2b}{18}$

E) $\$\,\dfrac{5\cdot(3a+2b)}{18}$

8. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \bullet \frac{2}{3} =$

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{1}{12}$

E) $\frac{4}{21}$

Soluciones:

1) A 2) D 3) D 4) B 5) B 6) B 7) A 8) A