

■ Potencias de base y exponente entero (Página 38)

Si se multiplica una cantidad impar de veces el resultado es negativo, si se multiplica una cantidad par de veces el resultado es positivo.

| | | | | |
|----------|---|------|-------|---|
| $(-2)^5$ | $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$ | -32 | Impar | - |
| $(-2)^6$ | $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$ | 64 | Par | + |
| $(-3)^4$ | $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$ | 81 | Par | + |
| $(-3)^5$ | $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$ | -243 | Impar | - |
| $(-1)^7$ | $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$ | -1 | Impar | - |
| $(-1)^8$ | $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$ | 1 | Par | + |

Página 40

- Se utilizó la propiedad de división de potencias con igual base para mostrar que $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$.

Página 42

1. a. Negativo c. Positivo e. Positivo
 b. Positivo d. Negativo f. Positivo
2. a. $(-6)^8$ b. -4^6 c. $(-4)^6$ d. $(-8)^3$ e. -8^3 f. 2^9
3. a. $-(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)$ c. $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ e. $-(7 \cdot 7 \cdot 7)$
 b. $(-11) \cdot (-11)$ d. $2 \cdot 2 \cdot 2$ f. $-(15 \cdot 15)$
4. a. -3 b. $-\frac{1}{5}$ c. -81
5. a. 625 c. 1 e. -243
 b. -256 d. 10 000 f. -144
6. a. No, debe ser $-16 807$. c. Sí e. Sí
 b. Sí d. No, debe ser $\frac{1}{8}$. f. No, debe ser 8.
7. Son incorrectas:
 $-2^0 = 1$, pues $-2^0 = -1$
 $-(-3)^0 = 1$, pues $-(-3)^0 = -1$
 $(-3)^0 = -1$, pues $(-3)^0 = 1$

Página 43

8. a. 8^3 dm^3
 b. $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^3$
 $\cdot 4.294.967.295$
 c. Debe escoger a Marcos, por que el 2 solo eleva al 4 y no al (-4) como cree Daniela.

Potencias de base racional y exponente entero (Página 44)

- Los lados de los triángulos de la figura 1 miden 0,5 cm., los de la figura 2 miden 0,25 cm. y los de la figura 3 miden 0,125 cm.
- 0,5¹ cm; 0,5² cm; 0,5³ cm
- En la figura 1, 3 triángulos (3¹).
 En la figura 2, 9 triángulos (3²).
 En la figura 3, 27 triángulos (3³).
- Tendría 3⁴ triángulos de color.

Página 48

1. a. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ b. $\left(-\frac{30}{13}\right)^8$ c. $\left(-\frac{9}{10}\right)^1$
2. a. 1 b. $-\frac{1}{216}$ c. $\frac{81}{4096}$ d. 0,16 e. 0,0009 f. 0,04
3. a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{107}{196}$ c. $-\frac{14}{3}$
4. a. 2 b. -4 c. 3
5. Beatriz tiene la razón, ya que la potencia $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$ al tener exponente negativo, su valor es igual al del inverso multiplicativo de la potencia cuyo exponente es positivo.
6. a. $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$ y $1^3 = 1$. Se cumple.
 b. Cuando se tiene potencia de una potencia, los exponentes se multiplican, y como la multiplicación es conmutativa, entonces se cumple la igualdad.
7. a. $\frac{121}{225} \neq \frac{61}{225}$ b. $\frac{1}{4} \neq \frac{1}{2}$
8. a. $19,94 \text{ cm}^2$ b. $4,8 \text{ cm}^2$

Página 49

9. El virus de mayor tamaño es el del sida.
10. a. En la figura 0, el perímetro del triángulo blanco es: $\frac{1}{2}a$.
 En la figura 1, el perímetro de cada uno de los triángulos blancos es: $\frac{1}{4}a$.
 En la figura 2, el perímetro de cada uno de los triángulos blancos es: $\frac{1}{8}a$.
- b. Considerando $n \in \mathbb{N}_0$, el perímetro de cada triángulo mide $\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} a$.
11. a. $\frac{1}{16}$ b. $\frac{1}{8}$ c. $\frac{1}{64}$
 d. $\frac{1}{64}$ Corresponde a la parte inferior vertical del ojo.
 e. $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Multiplicación y división de potencias de base racional (Página 50)

- El terreno de Paula tiene un área de $(3,5)^2 \text{ m}^2$, y de la mitad de ello $\left(\frac{1}{2} \cdot (3,5)^2\right)$ el jardinero ocupó $\frac{1}{10}$, es decir $\left(\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot (3,5)^2\right)$. Y como por cada m^2 cobró \$ 4 500, esto se multiplica por ese valor.
- La primera expresión.
- El área del jardín construido es $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot (3,5)^2 \text{ m}^2$, y se quiere saber cuántos terrenos de área $(0,2)^2 \text{ m}^2$ se pueden construir en él, por esto se divide.
- La primera expresión.
- Paula gastó aproximadamente \$ 2 756.
- Se pueden construir aproximadamente 15 terrenos con forma cuadrada de 0,2 m. de lado.

Página 54

1. a. $\frac{9}{49}$ b. 256 c. $\left(\frac{5}{4}\right)^{10} = \frac{9\,765\,625}{1\,048\,576}$ d. $\frac{1}{64}$
2. a. $\frac{1}{12}$ b. 1 c. $\frac{2}{5}$ d. $\frac{8}{27}$
3. a. $\left(\frac{6}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^3 = \left(\frac{6}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{6}{5}\right)^5 = \frac{7\,776}{3\,125}$ b. $-\frac{1}{512}$
4. **Error:** Se utilizó la propiedad de multiplicación de potencias con igual base, siendo que lo propuesto es una suma de potencias.
 Lo correcto es: $2^0 + 2^1 + 2^2 = 1 + 2 + 4 = 7$
5. a. $\frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = 1 : \frac{a^n}{b^n} = 1 \cdot \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$
 b. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = \frac{a^n}{1} \cdot \frac{1}{b^n} = \frac{1}{a^{-n}} \cdot \frac{b^{-n}}{1} = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$
6. $D = \frac{160}{9} \text{ m}^2$

Página 55

7. a. Superficie construida: $\left(\frac{1}{3}\right)^4 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{81} + \frac{1}{27} = \frac{1+3}{81} = \frac{4}{81} \text{ km}^2$
 Superficie total: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \text{ km}^2 = \frac{1}{8} \text{ km}^2$
 Superficie sin construir: $\left(\frac{1}{8} - \frac{4}{81}\right) \text{ km}^2 = \frac{49}{648} \text{ km}^2$
 Y como $\frac{49}{648} > \frac{4}{81}$, el terreno cumple con la condición solicitada por don José.
- b. La mitad del cociente es 8.
- c. En el caso propuesto por Danilo sí se cumple, pues $4 - 2 = 4 : 2$, pero esto no siempre es así, a continuación se muestran dos contraejemplos:

Contraejemplo 1:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{6:2} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

Sin embargo: $\left(\frac{2}{3}\right)^6 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^6}{3^6} + \frac{2^2}{3^2} = \frac{64}{729} + \frac{4}{81} = \frac{16}{81}$, y ocurre que $\frac{8}{27} \neq \frac{16}{81}$

Contraejemplo 2:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^9 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{9:3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

Sin embargo lo correcto es: $\left(\frac{1}{2}\right)^9 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^9}{2^9} : \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{512} : \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$

Crecimiento y decrecimiento exponencial (Página 56)

| Mes | Dinero \$ |
|-----|--------------|
| 1 | 60 000 |
| 2 | 60 600 |
| 3 | 61 206 |
| 4 | 61 818,06 |
| 5 | 62 436,2406 |
| 6 | 63 060,60301 |

- Porque en términos de porcentaje: $1,01 = 100\% + 1\%$
- En el mes 11: $60\,000 \cdot 1,01^{10}$
- En el mes n : $60\,000 \cdot 1,01^{n-1}$

